

## TD N°6 - Statique des fluides

**Exercice 1 : Un glaçon et un verre rempli à ras bord**

Trois verres sont remplis l'un de jus de fruit, le deuxième d'eau et le troisième d'un apéritif anisé (...). On dispose un glaçon dans chaque verre de sorte que ce dernier soit rempli à ras-bord. Décrire ce qu'il se passe lorsque le glaçon fond ; on donne  $\rho_{\text{eau}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{jus de fruit}} = 1,05 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{pastis}} = 0,95 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{eau solide}} = 0,9 \text{ g/cm}^3$ .

**Exercice 2 : Plongée en apnée**

L'eau où le plongeur évolue est considérée comme un liquide homogène et incompressible, de masse volumique  $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ , en équilibre dans le champ de pesanteur  $\vec{g} = -g \vec{e}_z$  uniforme avec  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ . La surface libre de l'eau (cote  $z=0$ ) est en contact avec l'atmosphère, de pression constante  $P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

**1 •** Déterminer, littéralement et numériquement, la pression  $p(z)$  de l'eau en un point de cote  $z$  ; tracer le graphe de  $p(z)$ .

**2 •** On assimile l'air contenu dans les poumons du plongeur à un gaz parfait ; cet air est caractérisé par une pression  $p(z)$  identique à celle de l'eau à la cote  $z$ , un volume  $V(z)$  (capacité pulmonaire) variable (la cage thoracique se déforme sous l'effet de la pression), et enfin par une température  $T_1$ , constante et indépendante de la profondeur. Calculer la capacité pulmonaire du plongeur à une cote  $z$  sachant que celui-ci, avant de plonger, gonfle ses poumons à leur capacité maximale  $V_M$  puis bloque sa respiration.

On donne  $z = -10 \text{ m}$  et  $V_M = 7 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . On définit le poids apparent du plongeur (et l'on nomme flottabilité) comme la résultante de la poussée d'Archimède et des forces de pesanteur. Comment varie la flottabilité lorsque la profondeur augmente ? Diminue-t-elle ou augmente-t-elle ?

**3 •** Afin de faciliter leur descente lors des premiers mètres, les plongeurs utilisent souvent un lest, plaque de plomb de volume négligeable, accrochée à une ceinture et facilement larguable. Ce lest ne doit pas être trop lourd car un surlestage peut inciter à descendre à une profondeur excessive. On appelle  $m$  la masse du plongeur,  $V^*(z)$  le volume de son corps et  $V_0$  le volume de son corps hors celui de la cage thoracique, de sorte que  $V^*(z) = V_0 + V(z)$ . Quelle masse  $m_1$  de lest choisir si l'on adopte comme règle de sécurité le fait que le plongeur doit avoir une flottabilité nulle à la profondeur de 5 mètres ? Application numérique :  $V_0 = 0,077 \text{ m}^3$  et  $m = 80 \text{ kg}$ .

**Exercice 3 : Une détermination du nombre d'Avogadro par Jean Perrin**

Jean Perrin, physicien français, prix Nobel 1926 et créateur du Palais de la Découverte, a effectué plusieurs mesures du nombre d'Avogadro.

Pour l'une d'elles, il a préparé des suspensions de petites sphères (sphérules) de gomme-gutte (qui est un caoutchouc végétal) dans de l'eau ; une goutte de suspension est placée dans une cuve d'un dixième de millimètre de hauteur et observée au microscope. Jean Perrin écrit :

« On constate que la répartition des grains, à peu près uniforme après l'agitation qui accompagne forcément la mise en place, cesse rapidement de l'être, que les couches inférieures deviennent plus riches en grains que les couches supérieures, mais que cet enrichissement se ralentit sans cesse, et que l'aspect de l'émulsion finit par ne plus changer. Il se réalise bien un état de régime permanent dans lequel la concentration décroît avec la hauteur. »<sup>5</sup>

Jean Perrin fait ensuite des mesures des concentrations de grains à différents niveaux pour vérifier que la loi statistique de l'atmosphère isotherme s'applique. « L'objectif employé, de très fort grossissement, a une faible profondeur de champ et on ne voit nettement, à un même instant, que les grains d'une tranche horizontale très mince dont l'épaisseur est de l'ordre du micromètre. Si l'on élève ou abaisse le microscope on voit les grains d'une autre tranche. »<sup>6</sup>

*Les citations entre « » sont tirés du livre : « Les atomes » Jean Perrin - 1913*

A un niveau choisi comme origine  $z_0 = 0$ , Jean Perrin a compté 100 sphérules ; à l'altitude  $z_1 = 90 \mu\text{m}$ , il en a compté 17. Déduire de ces mesures une valeur approchée du nombre d'Avogadro.

Données : Rayon d'une sphérule  $r = 0,212 \mu\text{m}$  ;  
Masse volumique de la gomme-gutte  $\mu = 1,194 \text{ g.cm}^{-3}$  à  $T = 293 \text{ K}$  ;  
Masse volumique de l'eau  $\mu_e = 1,003 \text{ g.cm}^{-3}$  à  $T = 293 \text{ K}$ .  
Température  $T = 293 \text{ K}$ .  
Constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .  
Accélération de la pesanteur  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

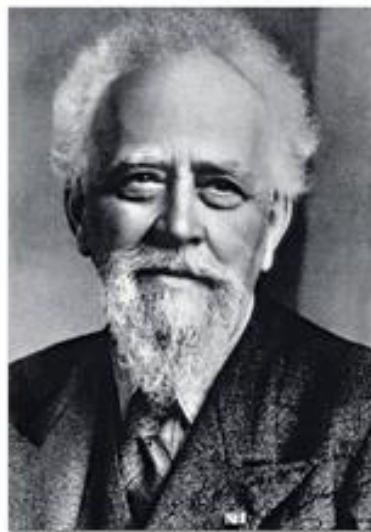
Lecture : Extrait de l'éloge Mr Jean Perrin, prononcé en décembre 1945 à l'Académie des Sciences par Mr Louis De Broglie

A l'époque où Jean Perrin allait entreprendre ses mémorables expériences, les théories cinétiques de la matière fondées sur l'hypothèse atomique avaient déjà atteint un haut degré de développement. La théorie cinétique des gaz par les travaux de Maxwell, de Clausius, de Boltzmann, de Van der Waals, etc., avait pu retrouver dans leur détail les principales propriétés des gaz. Considérant les molécules d'un corps dissous comme formant une sorte de gaz au sein du dissolvant, Van 'tHoff avait pu également expliquer la nature de la pression osmotique et interpréter les lois de Raoult. Le mouvement brownien dont l'origine était longtemps restée inconnue avait été rattaché par Ramsay et les PP. Delsaux et Carbonelle, à l'agitation moléculaire ; Gouy, Siedentopf et M. Einstein en avaient développé sur cette base la théorie mathématique.

Jean Perrin connaissait bien toutes ces théories. Il ne doutait pas de leur exactitude, mais toujours soucieux d'étayer nos conceptions sur des preuves expérimentales, il regrettait de ne point voir des expériences cruciales apporter une confirmation directe de l'hypothèse atomique, consolidant ainsi définitivement tous les édifices bâtis sur cette hypothèse. Mais il eut été vain

de chercher à voir directement les molécules dont les dimensions étaient sans aucun doute beaucoup trop petites pour être visibles, même à l'aide des microscopes les plus grossissants. La seule manière de prouver la réalité des molécules était donc de chercher à déterminer les grandeurs qui caractérisent le monde moléculaire et de montrer que la valeur trouvée pour ces grandeurs est toujours la même, quel que soit le phénomène observable dont on se serve. Voici donc Jean Perrin en quête d'un phénomène lui permettant de mesurer directement le nombre d'Avogadro. Avec une perspicacité géniale, il l'aperçoit dans l'équilibre des émulsions.

Je ne puis entrer ici dans le détail des minutieuses opérations expérimentales que nécessitait l'accomplissement d'un tel programme. Il fallait d'abord obtenir une émulsion convenable formée de grains aussi semblables que possible ; ce fut le recours à certaines résines, notamment la gomme-gutte et le mastic, joint à l'emploi de procédés appropriés de centrifugation fractionnée qui lui permirent d'atteindre son but. Il fallait ensuite évaluer la masse des granules de même volume obtenus : divers procédés furent simultanément employés à cet effet, les uns comportant la détermination de la densité des grains, puis celle de leur volume par une méthode d'alignement, les autres faisant appel à la pesée directe de nombreux granules préalablement dénombrés, d'autres enfin qui font intervenir une loi due à Stokes donnant la vitesse limite d'une sphère homogène tombant sous l'action de la pesanteur dans un fluide visqueux. La masse des granules se trouvant ainsi déterminée d'une manière concordante, il ne reste plus qu'à noter par des pointés successifs au microscope les variations avec l'altitude du nombre moyen des granules dans une émulsion, à température connue. Naturellement les granules étant animés d'une agitation incessante qui est l'un des aspects du mouvement brownien dont nous parlerons tout à l'heure, leur nombre à chaque altitude subit de continuelles fluctuations et c'est la valeur moyenne de ce nombre qui doit obéir à la loi de Laplace : pour la déterminer, il est donc nécessaire de répéter un grand nombre de fois chaque observation de façon à établir une statistique.



Jean PERRIN (1870-1942)