

PSI* 2023 - 2024
TD N°16 - Energie électromagnétique

Exercice 1 : Aspect énergétique de l'effet de peau

Le demi-espace $z > 0$ est occupé par un milieu conducteur de conductivité γ .

On rappelle les expressions de l'épaisseur de peau et des champs dans le conducteur :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma\mu_0\omega}}, \quad \mathbf{E} = E_0 \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) \mathbf{e}_x \quad \text{et} \quad \mathbf{B} = \frac{E_0}{\omega\delta} e^{-z/\delta} \left(\cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) + \sin\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) \right) \mathbf{e}_y$$

Déterminer la densité volumique d'énergie $e_{vol,EM}$ et sa valeur moyenne temporelle.

Comparer les contributions magnétique et électrique à cette énergie volumique. Conclure.

Déterminer le vecteur de Poynting en un point quelconque du conducteur, ainsi que sa valeur moyenne temporelle.

Quelle est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le parallélépipède de longueur a selon Ox , de largeur b selon Oy et de profondeur infinie selon Oz ?

Faire un bilan énergétique sur ce parallélépipède et montrer qu'il satisfait bien à la relation de conservation de l'énergie électromagnétique.

Exercice 2 : Solénoïde en ARQS

On considère un solénoïde infini d'axe (Oz), de rayon a , comportant N spires par unité de longueur.

Le courant dans les spires est $i(t) = I_0 \exp(-t/\tau)$.

En coordonnées cylindriques, $\text{div}(r\mathbf{e}_r) = 2$.

En tout point intérieur au solénoïde, on donne les expressions des champs :

$$\mathbf{B}(t) = \mu_0 N I(t) \mathbf{e}_z = B(t) \mathbf{e}_z \quad \text{et} \quad \mathbf{E}(M, t) = \frac{\mu_0 N I_0}{2\tau} r e^{-t/\tau} \mathbf{e}_\theta = \frac{r B(t)}{2\tau} \mathbf{e}_\theta.$$

- Déterminer les contributions d'origine électrique, u_e , et d'origine magnétique, u_m , à la densité volumique d'énergie électromagnétique. Calculer u_e/u_m , conclure.
- Calculer le vecteur de Poynting à l'intérieur du solénoïde. Vérifier la relation locale de conservation de l'énergie.
- Déterminer les contributions d'origine électrique, U_e , et d'origine magnétique, U_m , à l'énergie électromagnétique du solénoïde (sur une longueur h). Calculer U_e/U_m , conclure.
- Exprimer le flux du vecteur de Poynting à travers une portion de longueur h du solénoïde. Etablir le bilan énergétique (global) du solénoïde.