RESUME 1: équations de Maxwell

DISTRIBUTION DE CHARGES ET DE COURANTS

La densité volumique de charges ρ est définie par : **dQ = ρ(M,t) dV** d'où $\mathbf{Q} = \iiint \rho(\mathbf{M},\mathbf{t})\mathbf{dV}$

Rem: un système peut être globalement neutre (Q=0) mais présenter une densité ρ(M,t) non nulle.

Le vecteur densité volumique de courant est $\boxed{\vec{j}(M,t) = \sum_i \rho_i(M,t)\,\vec{v}_i(M,t)}$

Rem: s'il n' y a qu'un type de porteurs mobiles $\vec{j}(M,t) = \rho\,\vec{v}(M,t)$

Le vecteur densité volumique permet d'écrire l'intensité **I = dQ/dt** car $\mathbf{dQ} = \vec{\mathbf{j}}(\mathbf{M},\mathbf{t}).\vec{\mathbf{n}}\,\mathbf{dSdt}$. D'où

$I = \iint \vec{j}(M,t).\vec{n}\,dS$ I apparaît comme le flux du vecteur $\vec{\mathbf{j}}$.

LES EQUATIONS DE MAXWELL

1°) Groupe 1: équations associant les champs entre eux

$\boxed{\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}}$ (M1) Equation de Maxwell-Faraday.

Elle donne **la loi de Faraday** $\mathbf{e} = -\frac{\mathbf{d\Phi}}{\mathbf{dt}}$

$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$ (M2) **B est à flux conservatif. Son flux est nul à travers toute surface fermée.**

2°) Groupe 2: équations associant les champs à leurs sources

$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}}$ (M3)Equation de Maxwell-Gauss. Elle donne le **théorème de Gauss.**

$\boxed{\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_o\left[\vec{j} + \varepsilon_o\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}\right]}$ (M4) Equation de Maxwell-Ampère. Elle contient **le théorème d'Ampère**

On notera que: $1/4\pi\,\varepsilon_0 = 9\ 10^9$ S.I et $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I et la relation

$\boxed{\mathbf{c} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o\mu_o}}}$ qui donne la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.

INTERACTION AVEC LA MATIERE

Force de Lorentz complète $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B})$ action sur une particule chargée

Densité volumique de forces $\frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{E} + \vec{j}\wedge\vec{B}$ action sur des distributions de charge et de courants.

CAS DES REGIMES PERMANENTS

Les champs sont indépendants du temps. Les équations de Maxwell donnent deux systèmes indépendants (décorrélés)

Equations de l'électrostatique $\vec{\mathbf{rot}}\,\vec{\mathbf{E}} = \vec{0}$ $\quad \mathbf{div}\,\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$

Il exite alors une fonction potentielle V vérifiant $\vec{\mathbf{E}} = -\vec{\mathbf{grad}}\,\mathbf{V}$ d'où $\quad \Delta\mathbf{V} = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$

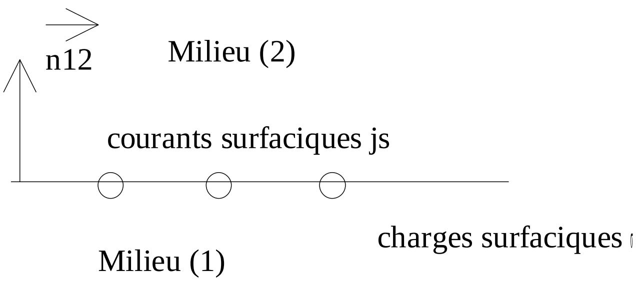
Equations de la magnétostatique $\vec{\mathbf{rot}}\,\vec{\mathbf{B}} = \mu_o\,\vec{\mathbf{j}}$ $\quad \mathbf{div}\,\vec{\mathbf{B}} = 0$

Théorème d'ampère $\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I_{enlacées}}$ (valable dans l'ARQP)

Théorème de Gauss $\boxed{\iint_\Sigma \vec{E}.\vec{n}dS = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon}}$ (valable en régime quelconque)

RELATIONS DE PASSAGE (OU CONDITIONS AUX LIMITES à ne pas retenir)

Si à l'interface entre deux milieux se trouvent des charges surfaciques ou des courants surfaciques alors les champs de part et d'autre de cete interface vérifient :



$$\boxed{\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = (\frac{\sigma}{\varepsilon_o})\vec{n}_{12}}$$

et

$$\boxed{\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_o\,\vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}}$$

où le vecteur $\vec{n}_{12}$ est orienté du milieu (1) vers le milieu (2).