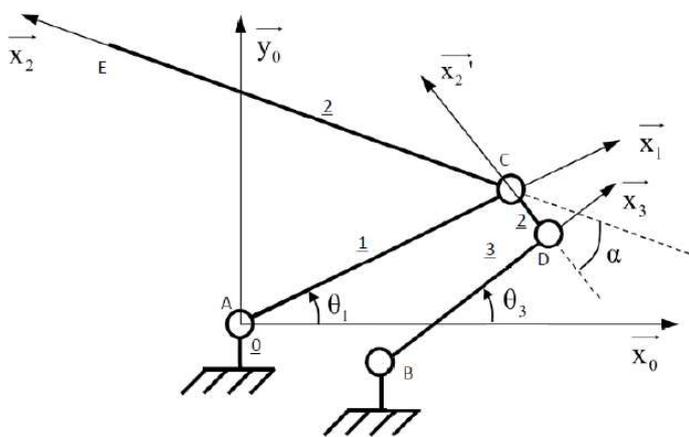


II. Déploiement du pantographe

Objectif

Modéliser le pantographe afin de valider les exigences 111 et 122.

La modélisation et le paramétrage du pantographe sont donnés par la Figure 4.



Notations et paramétrage

- $\vec{AC} = a \cdot \vec{x}_1$
- $\vec{BD} = b \cdot \vec{x}_3$
- $\vec{CE} = c \cdot \vec{x}_2$
- $\vec{DC} = d \cdot \vec{x}'_2$
- $\vec{AB} = e \cdot \vec{x}_0 - h \cdot \vec{y}_0$
- $\vec{AE} \cdot \vec{y}_0 = l$
- $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$
- $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$
- $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$
- $\alpha = (\vec{x}_2, \vec{x}'_2)$

FIGURE 4 : Paramétrage du modèle associé au pantographe

On considère que le point A est le point le plus haut de la motrice.

- Q1. Peut-on considérer que le pantographe se comporte comme un système plan ? Justifier.
- Q2. Réaliser le graphe des liaisons associé à la modélisation du pantographe.
- Q3. Réaliser les figures planes associées aux paramètres angulaires des quatre liaisons pivot.
- Q4. Déterminer la relation scalaire qui lie les paramètres l , θ_1 et θ_2 , et les constantes du système.
- Q5. Déterminer la relation entre les paramètres θ_2 et θ'_2 en fonction de α .
- Q6. Déterminer la relation entrée/sortie qui lie le paramètre θ_1 au paramètre θ_2 .

La résolution de l'équation mathématique associée à la loi entrée/sortie du système est difficile à résoudre. Une simulation du comportement du pantographe a été réalisée et a permis de tracer l'évolution de la hauteur l en fonction de l'angle d'entrée θ_1 (Figure 5).

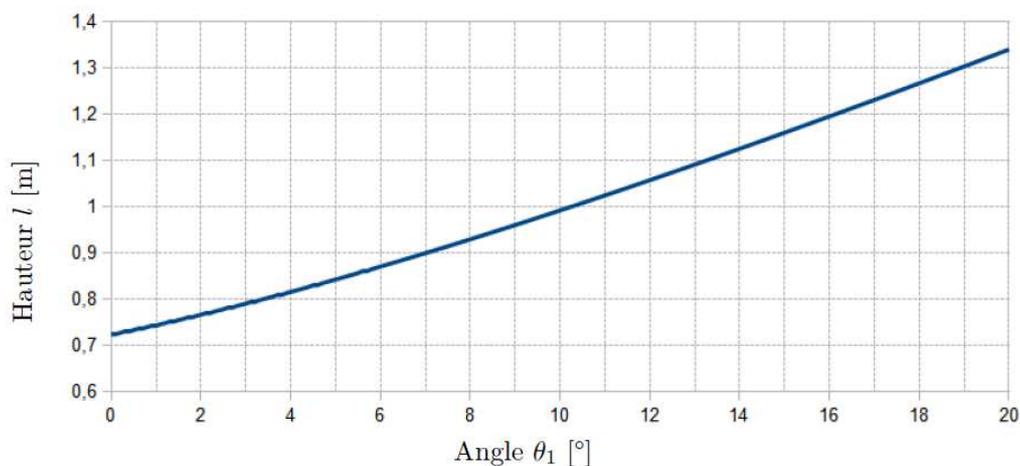


FIGURE 5 : Évolution de la hauteur l en fonction de l'angle θ_1

- Q7. Les exigences 111 et 122 sont-elles vérifiées ? Justifier.

III. Asservissement de l'effort de contact archet/caténaire

Objectif

Vérifier l'exigence associée à l'effort de contact entre l'archet et la caténaire lors d'un trajet du TGV.

A. Modélisation

La rectitude de la caténaire et les effets d'inertie de l'archet et du pantographe provoquent des variations d'effort de contact. Pour considérer la raideur de l'ensemble constitué par le pantographe, on modélise le pantographe comme un système masse-amortisseur-ressort de masse m , de coefficient de frottement visqueux f et de raideur k (Figure 7). On note $y(t)$, le déplacement vertical de la caténaire par rapport à la motrice et $x(t)$, le déplacement de l'extrémité basse du ressort par rapport à la motrice.

Ainsi, pour assurer un effort de contact entre l'archet et la caténaire le plus constant possible, le concepteur a choisi d'asservir en position l'extrémité basse du ressort $x(t)$ en mettant en place un actionneur (non étudié ici) qui exerce un effort F_m sur la masse m . On notera F l'action de la caténaire sur le pantographe.

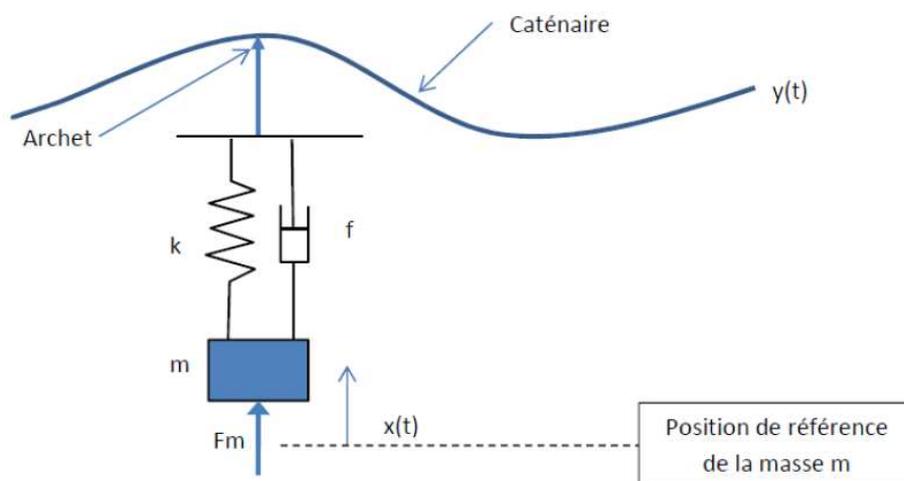


FIGURE 7 : Modèle dynamique du pantographe et paramétrage associé

On négligera le poids de la masse du pantographe dans cette étude. On notera F la force qu'exerce l'archet sur la caténaire qui sera comptée positive vers le haut.

On notera F_c l'effort de contact de consigne. L'archet est instrumenté et dispose d'un capteur d'effort mesurant l'effort de contact F .

L'action de l'actionneur F_m sur la masse m est telle que $F_m(p) = C(p)(F_c(p) - F(p))$ avec $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur, partiellement déterminé dans la partie B.

Le modèle de comportement est obtenu en appliquant le principe fondamental à la masse m :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -k \cdot (x(t) - y(t)) - f \frac{d(x(t) - y(t))}{dt} + F_m \quad (1)$$

L'effort imposé par l'archet sur la caténaire est donné par la relation :

$$F(t) = k(x(t) - y(t)) + f \frac{d(x(t) - y(t))}{dt} \quad (2)$$

La modélisation sous forme de schéma-blocs est donnée par la Figure 8.

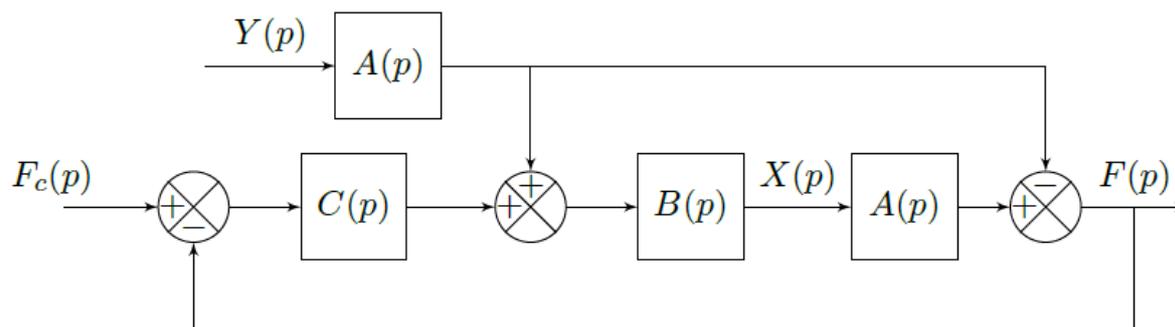


Figure 8 : Schéma-blocs de l'asservissement en effort du pantographe sur la caténaire

Q8. Déterminer les formes canoniques des fonctions de transfert $A(p)$ et $B(p)$.

La sortie $F(p)$ s'écrit $F(p) = H_1(p).F_c(p) + H_2(p).Y(p)$.

Q9. Déterminer $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction de $A(p)$, $B(p)$ et $C(p)$, puis, en fonction des paramètres du système et de $C(p)$.

B. Choix du correcteur

Le choix du correcteur se fait en poursuite, c'est-à-dire lorsque l'entrée secondaire, $y(t)$, est considérée nulle. Dans un premier temps, on choisit un correcteur proportionnel de gain $C(p) = K_c$.

Q10. Montrer que, pour une consigne d'effort $F_c(t) = F_{c0}.u(t)$, la précision de l'asservissement de l'effort F dépend de la valeur de K_c .

Q11. A partir du cahier des charges, déterminer K_c permettant de répondre à l'exigence 12111.

C. Comportement dynamique du pantographe

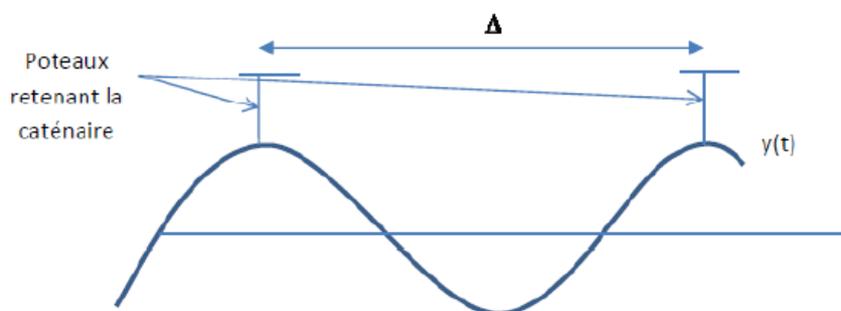
Objectif

Quantifier l'influence de la caténaire sur l'effort exercé par l'archet sur la caténaire.

a) Modélisation de la hauteur de la caténaire

La variation de hauteur de la caténaire est due à l'élasticité du câble et au poids qui s'y appliquent.

L'espace entre les poteaux retenant la caténaire est $\Delta = 50 \text{ m}$. On modélise la fonction $y(t)$ par une fonction sinusoïdale d'amplitude $Y_{\max} = 10 \text{ cm}$ et de pulsation ω . Chaque maximum de la fonction $y(t)$ correspond à l'emplacement d'un poteau Figure 9.

Figure 9 : Évolution de la hauteur y de la caténaire

La norme de la vitesse du train par rapport au référentiel terrestre, et donc par rapport à la caténaire, est notée $v(t)$ et vaut au maximum 320 km/h .

Q12. Déterminer l'expression de la pulsation ω en fonction de la vitesse du train $v(t)$ et de la distance Δ . En déduire la plage de variation de ω en rad/s.

b) Influence de la caténaire

L'influence de la caténaire se fait en régulation, c'est-à-dire pour une consigne d'effort $F_c(t)$ nulle et pour une position $y(t)$ non nulle. La partie précédente (IV.3.1) a permis de mettre en place un modèle de fonction sinusoïdale pour le déplacement $y(t)$.

Le travail fait sur la partie A a permis de mettre en place la fonction de transfert $H_2(p)$. Pour des raisons de causalité et quelque soit le résultat trouvé précédemment, on étudiera, dans cette partie, la fonction de transfert

$$H_2'(p) = \frac{F(p)}{p^2 Y(p)} = K \frac{p \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right) \left(1 + \frac{2m_3}{\omega_3} p + \frac{p^2}{\omega_3^2}\right)}$$

avec $\omega_1 = 150 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 5 \text{ rad/s}$, $\omega_3 = 100 \text{ rad/s}$ et $m_3 = 0, 4$.

Q13. Réaliser, en le justifiant, le tracé asymptotique de Bode (sur le document réponse) de la fonction de transfert $H_2'(p)$ pour $K = 1$.

L'exigence 12111 impose un dépassement maximal de l'effort de consigne de 5 N. Cette exigence a permis de fixer une valeur limite pour le gain K de la fonction de transfert H_2' , qui dépend naturellement des grandeurs du système, mais

aussi, des constantes K_c et T_i du correcteur $C(p) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ à déterminer.

Dans la suite, on considère que le tracé asymptotique en gain est très proche du tracé réel.

Q14. Déterminer le gain maximal atteint par le système en régulation pour un gain $K = 1$.

L'exigence des 5N correspond à un gain de $20 \log \left(\frac{5}{0,1}\right)$ pour une entrée $y(t)$ sinusoïdale d'amplitude 0,1 m.

Q15. Quelle est la valeur limite du gain K permettant de respecter l'exigence 12111 ? Comparer et Justifier.

c) Conclusion

Q16. Pourquoi, lors des tests de vitesse des trains, et notamment lors du record mondial de la SNCF,

Le 3 avril 2007 à 574,8 km/h, la tension des caténaires est réglée à près de 4000 daN alors qu'elle est, en fonctionnement normal, de 1000 daN ?

DOCUMENT RÉPONSES

Q13. Réaliser, en le justifiant, le tracé asymptotique de Bode de la fonction de transfert $H_2'(p)$

