

*PSI\*/PSI 2015 - 2016 - DS N°3*  
**PARTIE PHYSIQUE (Centrale MP 2015)**  
**Contrôle non destructifs par courants de Foucault**

L'aluminium tient une place de choix dans la fabrication des pièces métalliques des avions en particulier sous forme d'alliage. Dans les avions récents comme l'A380, les alliages d'aluminium représentent 75% de la masse de l'avion vide. La sensibilité de ces alliages à la corrosion justifie le nombre élevé d'études récentes dans les laboratoires de recherche, publics et privés.

Ce problème s'intéresse d'une part à une méthode physique non destructive permettant de détecter des crevasses à l'intérieur d'une structure métallique et d'autre part, à l'alliage « 2024 » aluminium-cuivre utilisé dans la fabrication des avions.

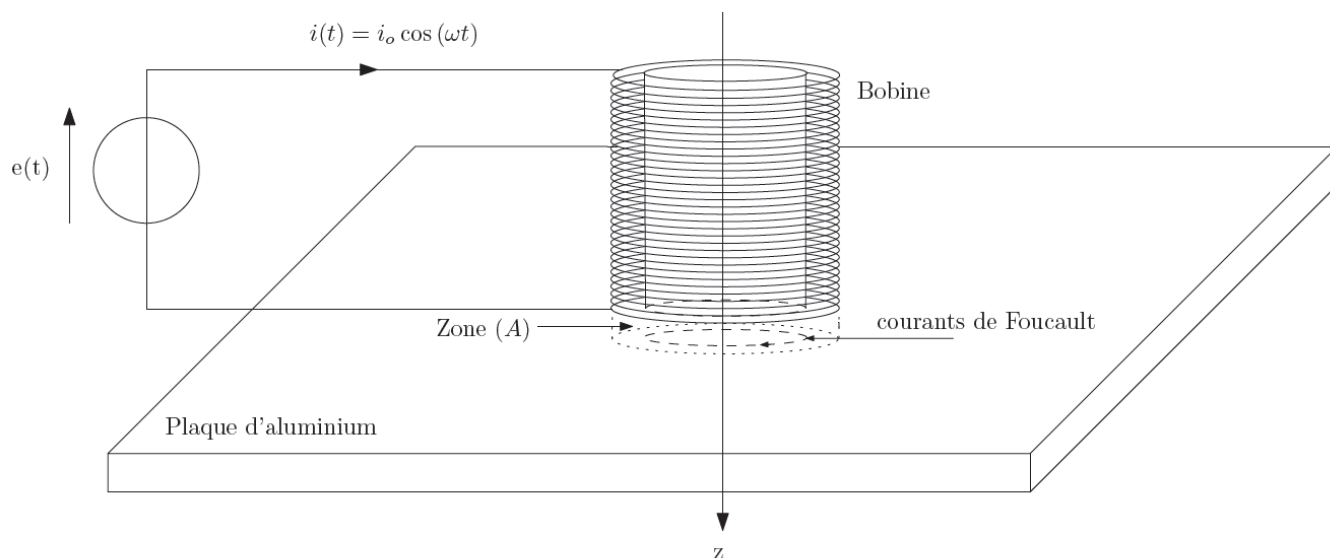
## I Contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault

Le but des essais non destructifs est de déceler dans une pièce métallique, et en respectant son intégrité, toute particularité de sa structure. On souhaite ici contrôler la qualité d'une plaque d'aluminium, de faible épaisseur par rapport à ses autres dimensions, en utilisant une technique de contrôle non destructif par courants de Foucault.

Le dispositif utilisé comprend :

- une bobine alimentée par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence  $f$ . Cette bobine est déplacée à la surface de la plaque à tester, sans contact électrique ;
- un système de mesure d'impédance par détection synchrone afin de mesurer en direct l'impédance de la bobine. En effet, la bobine joue à la fois le rôle d'émetteur et de récepteur : lorsque l'opérateur passe la bobine au dessus d'un défaut interne à la plaque, son impédance interne est légèrement modifiée.

La **figure 1** présente le système de détection, le dispositif de mesure d'impédance n'est pas représenté.



**Figure 1** Principe du CND

Données :

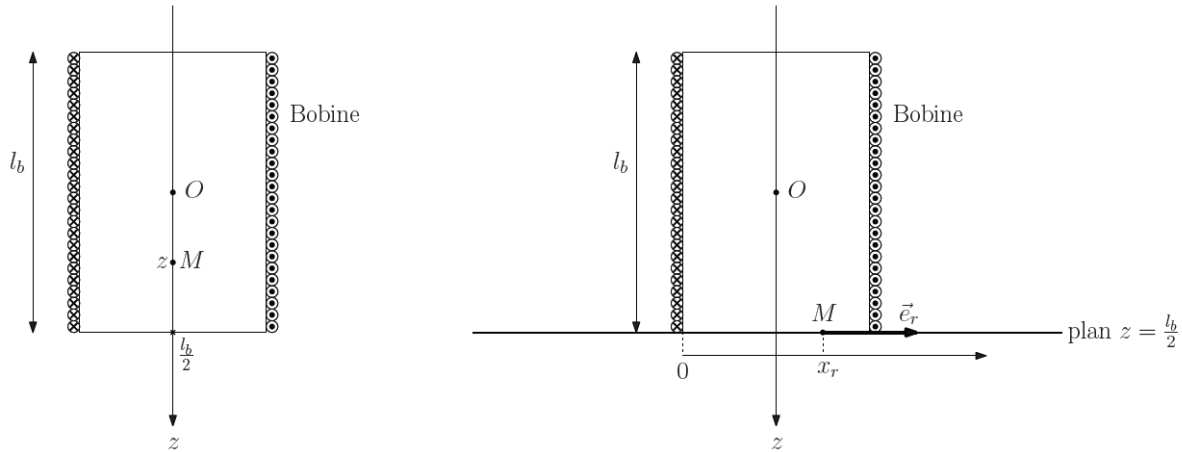
fréquence du générateur	$f = 50 \text{ Hz}$
épaisseur de la plaque	$d = 3,0 \text{ mm}$
longueur de la bobine	$l_b = 12 \text{ cm}$
nombre de spire de la bobine	$N = 1,0 \times 10^3$
rayon moyen du bobinage	$R_b = 2,5 \text{ cm}$
masse molaire de l'aluminium	$M = 27 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
masse volumique de l'aluminium	$\mu = 2,7 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
conductivité électrique de l'aluminium	$\gamma_0 = 3,8 \times 10^7 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$
perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

**I.A – Expression approchée du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par la bobine excitatrice dans la plaque**

À l'aide d'un logiciel de simulation, on visualise les cartes du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par la bobine dans différentes situations et ce afin d'établir son expression approchée.

Les figures 3, 4 et 5 représentent les cartes du champ créé par la bobine ainsi que les profils axiaux et radiaux de ce champ dans trois cas, avec une même amplitude de courant  $i_0$  :

Le profil axial représente l'amplitude du champ magnétique  $\vec{B}$  en un point  $M$  appartenant à l'axe ( $Oz$ ) en fonction de sa coordonnée  $z$ , l'origine de cet axe étant choisie au centre de la bobine (voir figure 2). Le profil radial représente l'amplitude du champ magnétique  $\vec{B}$  en un point  $M$  appartenant au plan  $z = l_b/2$  en fonction de son abscisse  $x_r$  sur l'axe ( $M, \vec{e}_r$ ), l'origine de cet axe étant choisie sur un des côtés de la bobine (voir figure 2).



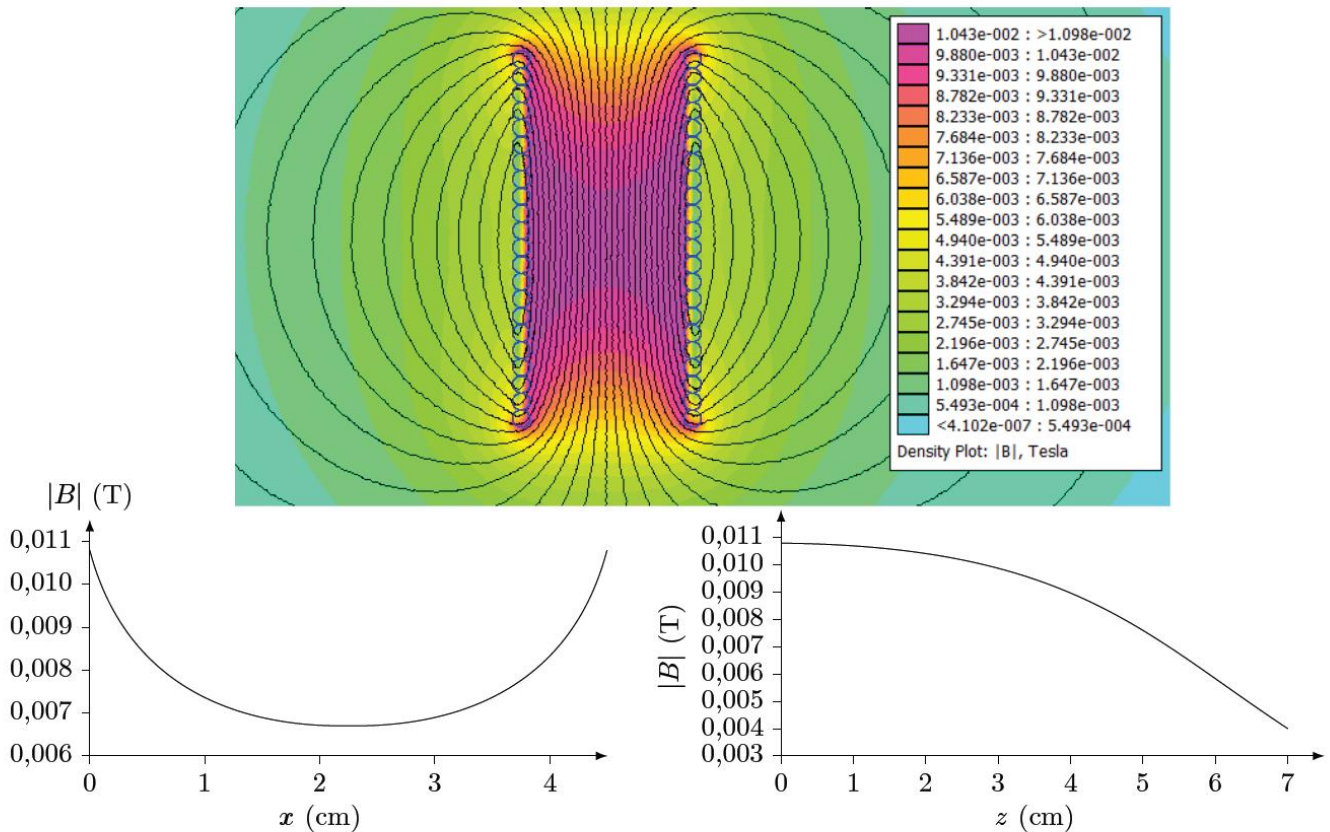
Profil axial : M est sur l'axe Oz et  $z(M)$  évolue de 0 à  $\frac{l_b}{2}$

Profil radial : M est dans le plan  $z = \frac{l_b}{2}$  et  $x(M)$  évolue de 0 à  $2R_b$

**Figure 2** Conventions pour les profils axial et radial

**I.A.1)** Justifier que le champ créé en un point  $M$  de l'espace est de la forme

$$\vec{B}(M) = B_r(r, z, t)\vec{e}_r + B_z(r, z, t)\vec{e}_z$$



**Figure 3** Première simulation

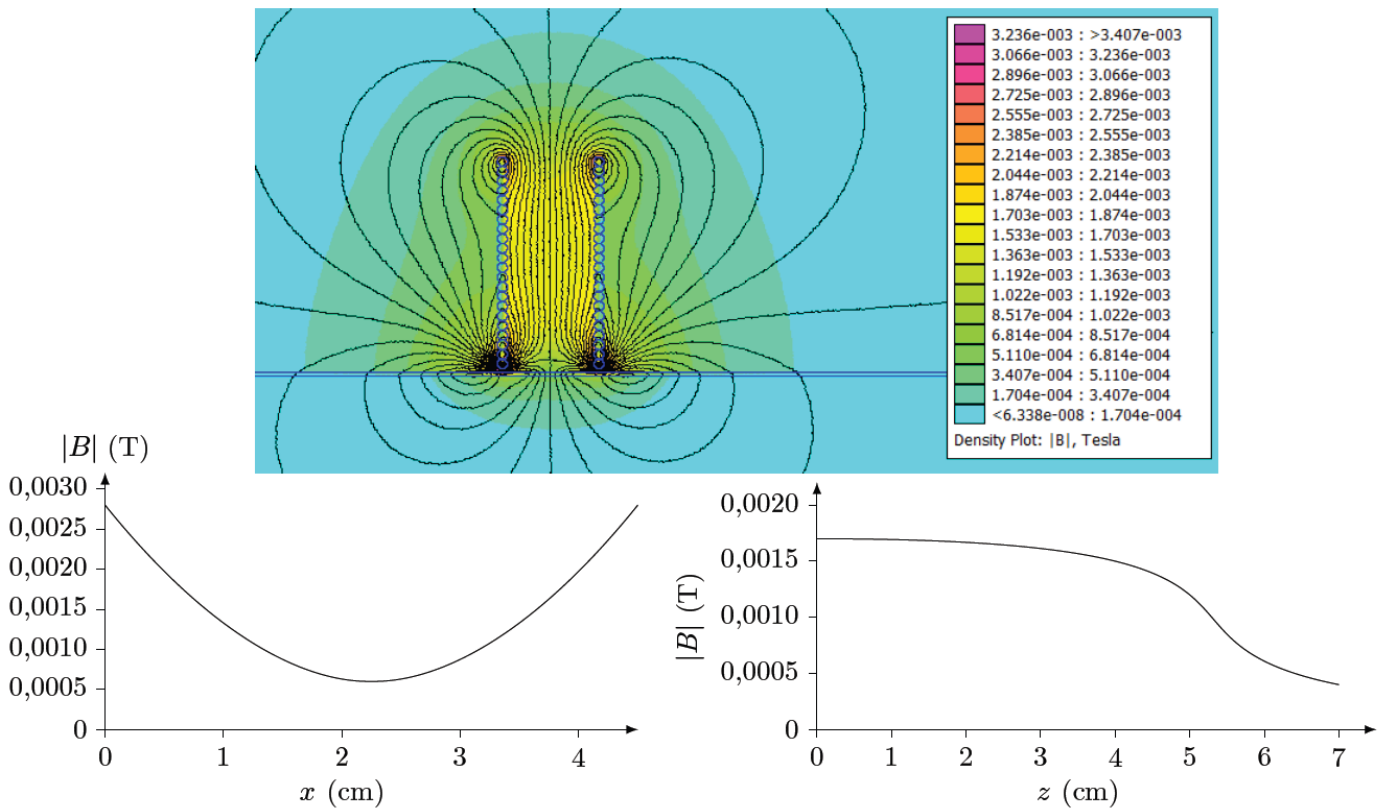


Figure 4 Deuxième simulation

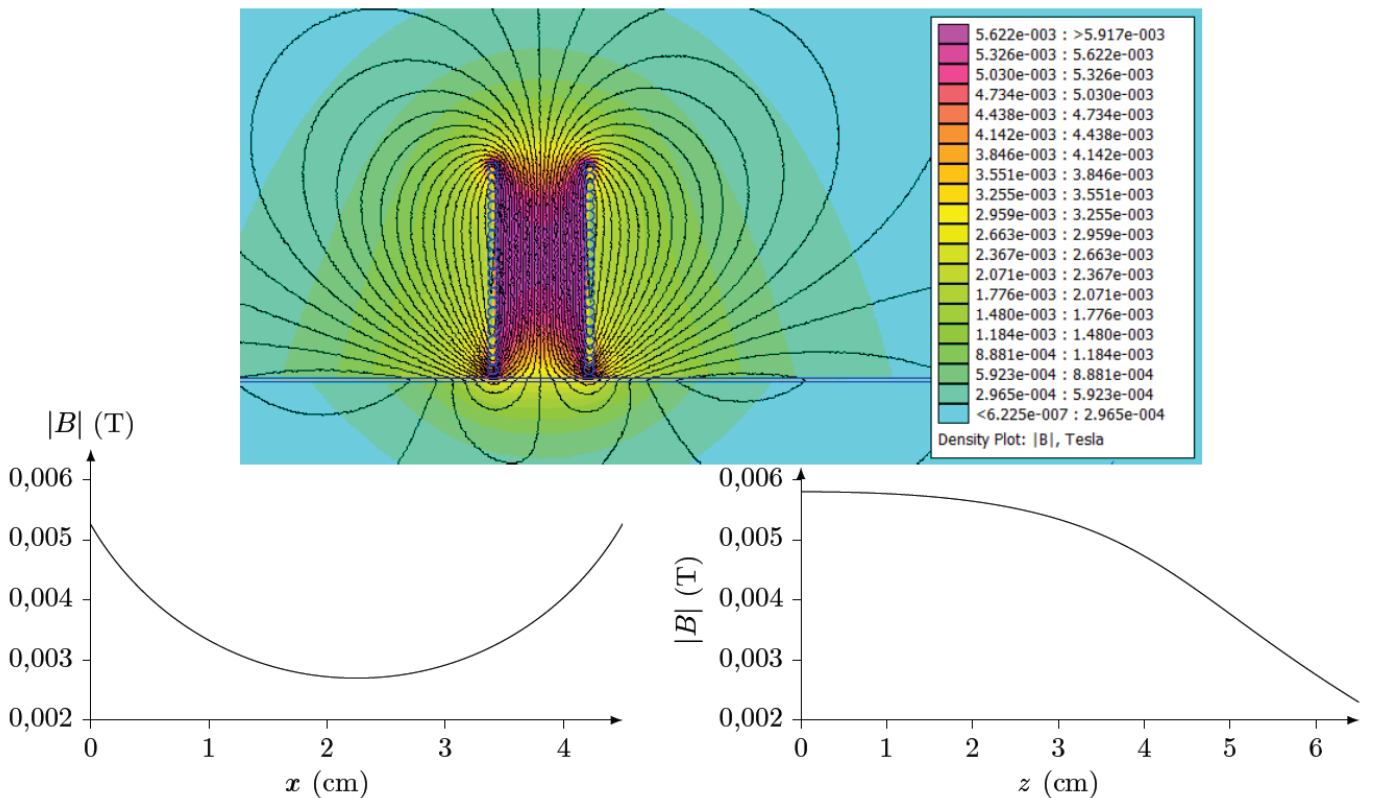


Figure 5 Troisième simulation

Ces simulations correspondent aux trois situations suivantes :

- A) Bobine seule alimentée par un courant de fréquence 50 Hz.
- B) Plaque d'aluminium et bobine, celle-ci étant alimentée par un courant de fréquence 50 Hz
- C) Plaque d'aluminium et bobine, celle-ci étant alimentée par un courant de fréquence 200 Hz

I.A.2. Attribuer chaque situation à la simulation qui lui correspond ; on justifiera soigneusement le raisonnement ; toute remarque pertinente sur l'allure des lignes de champ, les valeurs de l'amplitude, etc. sera prise en compte.

I.A.3) On s'intéresse au champ magnétique créé dans la partie de la plaque directement au contact avec la bobine (zone (A) sur la figure 1). Dans une première approximation, on suppose que le champ dans cette zone est de la forme  $\vec{B}(M) = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$  où  $B_0$  est l'amplitude du champ magnétique supposée uniforme.

La fréquence du courant est  $f = 50$  Hz dans cette question et les suivantes.

- En vous aidant de la simulation correspondante (situation (B)) proposez une valeur numérique pour  $B_0$ .
- On veut écrire  $B_0$  sous la forme :

$$B_0 = \alpha \frac{\mu_0 N i_0}{l_b} \quad \text{Relation I.1.}$$

Déterminer une valeur approchée de  $\alpha$ . En déduire la valeur de  $i_0$ .

### I.B – Courants de Foucault

On se place toujours dans l'hypothèse où le champ magnétique dans la zone (A) est de la forme  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ . Ce champ magnétique étant variable, il apparaît dans la plaque, un champ électrique  $\vec{E}$  orthoradial, lui-même à l'origine de courants induits.

I.B.1) À l'aide de la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Faraday, déterminer dans la zone (A) l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  induit par les variations temporelles de  $\vec{B}$ .

I.B.2) Établir que l'expression du vecteur densité volumique de courant  $\vec{j}$  est donnée par la relation  $\vec{j} = \frac{\gamma_0 \omega B_0}{2} r \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$  où  $\vec{e}_\theta$  est le vecteur unitaire orthoradial des coordonnées cylindriques.

### I.C – Modification de l'impédance de la bobine excitatrice

L'impédance de la bobine en l'absence de la plaque est  $\underline{Z} = R + jL\omega$ . En présence de la plaque, cette impédance est modifiée. Le but de cette sous-partie est de déterminer cette nouvelle impédance.

On modélise les variations de l'impédance  $\underline{Z}$  de la bobine en présence de la plaque de la manière suivante

$$\underline{Z} = (R + \delta R) + j\omega(L - \delta L) \quad \text{où} \quad \delta R \langle i^2 \rangle = \langle P_J \rangle \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \delta L \langle i^2 \rangle = \langle E_m \rangle$$

avec

- $P_J$  la puissance dissipée par effet Joule par les courants de Foucault dans la plaque ;
- $E_m$  l'énergie magnétique stockée dans la plaque ;
- $\langle X \rangle$  désignant la valeur moyenne temporelle de la grandeur  $X(t)$ .

I.C.1) En exploitant soigneusement les annexes 1 et 2, déterminer les valeurs numériques de  $R$  et de  $L$  qui caractérisent l'impédance de la bobine en l'absence de la plaque.

I.C.2) Justifier à l'aide d'un argument énergétique simple, que la partie réelle de l'impédance de la bobine augmente.

I.C.3) Justifier, en utilisant les cartes données par les figures 3, 4 et 5, que la partie imaginaire de l'impédance de la bobine diminue.

I.C.4) Montrer que  $P_J = \frac{\pi d R_b^4 \gamma_0 \omega^2 B_0^2}{8} \sin^2(\omega t)$ .

Déduire, en utilisant la relation (I.1), l'expression de  $\delta R$  en fonction de  $\alpha$ ,  $N$ ,  $d$ ,  $R_b$ ,  $\gamma_0$ ,  $\omega$  et  $l_b$ .

I.C.5) L'énergie électromagnétique  $E_m$  est due au champ magnétique  $\vec{B}'$  créé par les courants de Foucault dans la plaque. Pour simplifier, on suppose que ce champ  $\vec{B}'$  est nul en dehors de la zone (A) et que dans la zone (A) il est de la forme  $\vec{B}' = B'(r, z, t) \vec{e}_z$ .

a) En utilisant la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Ampère écrite dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires, déterminer le champ magnétique  $\vec{B}'$  créé dans la zone (A). On supposera ce champ nul pour  $r = R_b$ .

b) En déduire l'expression de  $E_m$ .

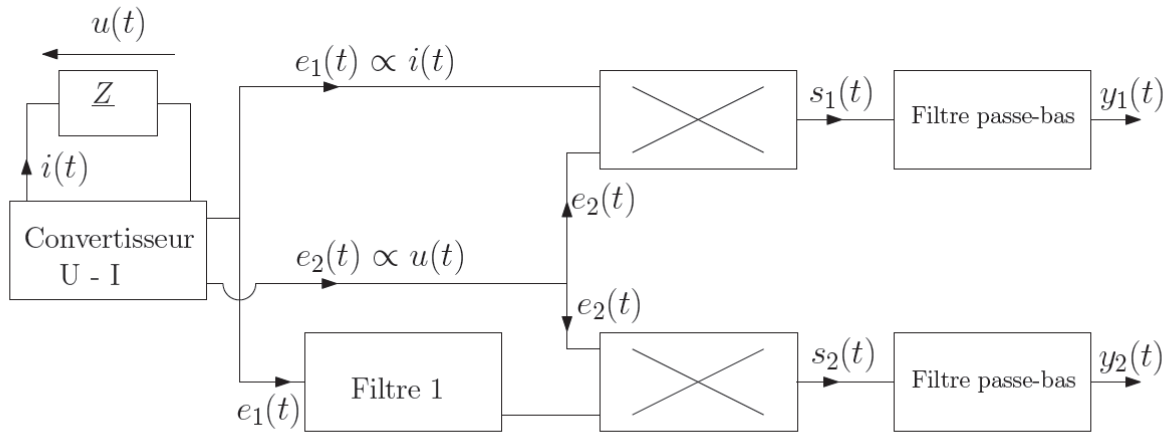
c) Déduire, en utilisant la relation (I.1), l'expression de  $\delta L$  en fonction de  $\alpha$ ,  $N$ ,  $d$ ,  $R_b$ ,  $\gamma_0$ ,  $\omega$  et  $l_b$

I.C.6) Déterminer un ordre de grandeur de  $\delta R$  et  $\delta L$ . Conclure.

I.C.7) Discuter des avantages et inconvénients à travailler à fréquence plus élevée.

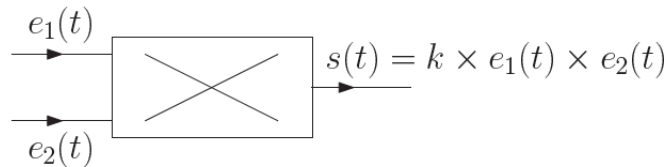
### I.D – Mesure de l'impédance de la bobine

Pour mesurer en temps réel l'impédance interne de la bobine, on utilise un montage à détection synchrone dont le schéma de principe est donné par la **figure 6** et dans lequel la tension  $y_1(t)$  est proportionnelle à la partie réelle de  $\underline{Z}$  alors que la tension  $y_2(t)$  est proportionnelle à la partie imaginaire de  $\underline{Z}$ .



**Figure 6** Mesure d'impédance par détection synchrone

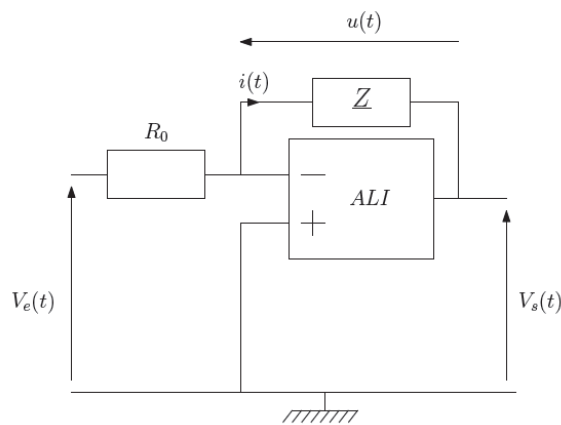
Les deux multiplieurs sont identiques et leur fonctionnement est précisé **figure 7**.



**Figure 7** Fonctionnement d'un multiplieur

#### I.D.1) Convertisseur courant-tension

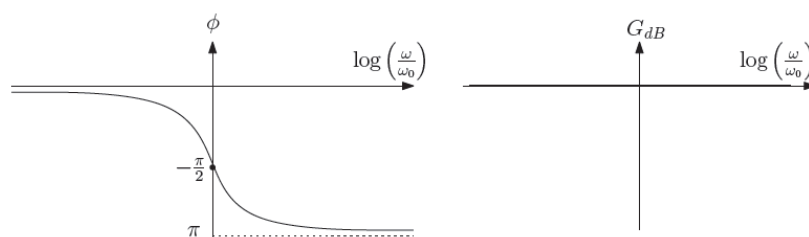
Le but du convertisseur courant-tension est de fournir des images de la tension aux bornes de l'impédance et du courant la traversant. En vous aidant de l'annexe 2, montrer que le montage donné par la **figure 8**, dans lequel l'ALI fonctionne en régime linéaire, répond bien au cahier des charges. Plus précisément identifier la tension proportionnelle à  $i(t)$  et celle proportionnelle à  $u(t)$ .



**Figure 8** Convertisseur courant-tension

#### I.D.2) Filtre 1

Le diagramme de Bode du filtre 1 est donné par la **figure 9**. Comment nomme-t-on un tel filtre ?



**Figure 9** Diagramme de Bode du filtre 1

### I.D.3) Filtres passe-bas

Les filtres passe-bas sont identiques et ils ont les caractéristiques suivantes :

- le gain à basse fréquence doit être égal à un ;
- leur pulsation de coupure à  $-3$  dB est  $\omega_c$  ;
- l'atténuation pour  $\omega_1 = 5\omega_c$  doit être de 80 dB.

Montrer que le filtre de fonction de transfert  $\underline{H}$  telle que

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}$$

convient. Quelle valeur entière de  $n$  doit-on retenir pour satisfaire le cahier des charges du filtre ?

### I.D.4) Fonctionnement du montage complet

a) Déterminer les expressions de  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$  et  $s_1(t)$ . Comment choisir  $\omega_c$  pour que  $y_1(t)$  soit proportionnelle à  $\text{Re}(\underline{Z})$  ? Cette condition étant vérifiée en déduire l'expression de  $y_1(t)$ .

b) Comment choisir  $\omega_0$  et  $\omega_c$  pour que la tension  $y_2(t)$  soit proportionnelle à  $\text{Im}(\underline{Z})$  ? Ces conditions étant vérifiées en déduire l'expression de  $y_2(t)$ .

### I.E – Évolution de $\underline{Z}$ en présence d'un défaut

Diverses études ont été menées sur ce sujet ; l'expérience ci-dessous ainsi que ses résultats correspondent notamment à un travail conduit en 2009.

La plaque étudiée possède un défaut dont les caractéristiques sont données ci-dessous, ainsi que celles de la bobine-sonde :

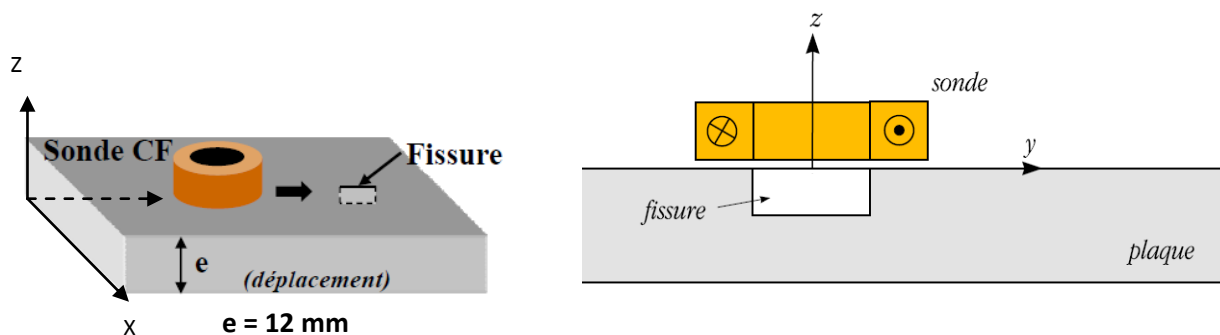
Longueur (en y)	12.6 mm
Largeur (en x)	0.28 mm
Profondeur (en z)	5 mm

Défaut

Rayon externe	12.5 mm
Rayon interne	6 mm
Fréquence du courant	900 Hz
Distance plaque-bobine	0.9 mm

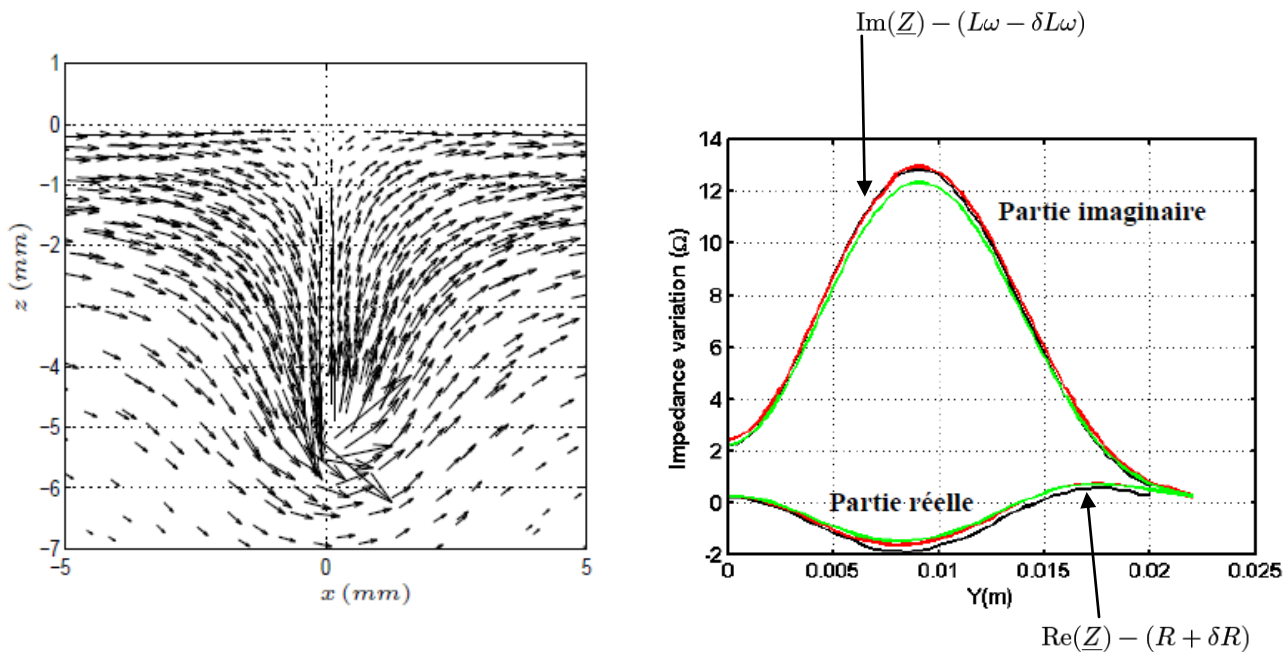
Sonde à Courants de Foucault (CF)

La bobine-sonde est déplacée sur une trajectoire rectiligne selon  $y$  ; dans la suite la cote  $y = 0$  correspond au bord gauche de la fissure :



On donne ci-dessous :

- Figure 1 : Simulation du tracé des lignes de champ de la densité volumique de courant dans la pièce ; la coupe est faite dans un plan perpendiculaire à la fissure ( $y = 9$  mm), celle-ci se trouvant en  $x = 0$ .
- Figure 2 : Superposition des résultats expérimentaux et des simulations pour la partie réelle et la partie imaginaire de la bobine-sonde.



Commenter chacune de ces figures en faisant le lien avec l'étude précédente.

### FIN DE LA PARTIE PHYSIQUE

## ANNEXES

L'annexe 1 est en page 8

### Annexe 2 : L'amplificateur opérationnel idéal en régime linéaire

L'amplificateur opérationnel (ALI), représenté figure 24, est un composant électronique permettant d'amplifier la différence de potentiel entre les entrées  $V_+$  et  $V_-$ .

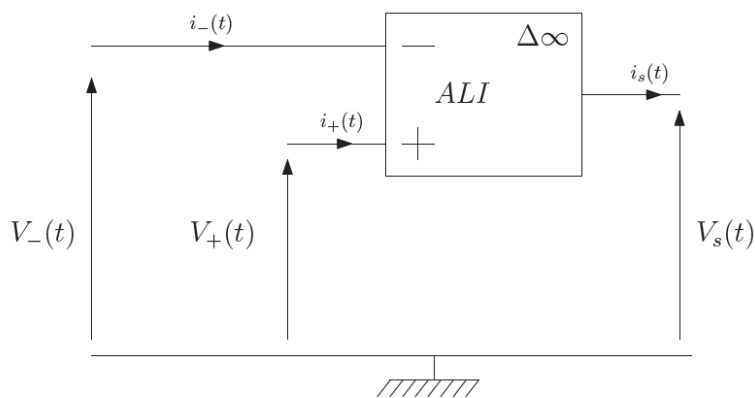


Figure 24 Représentation de l'ALI

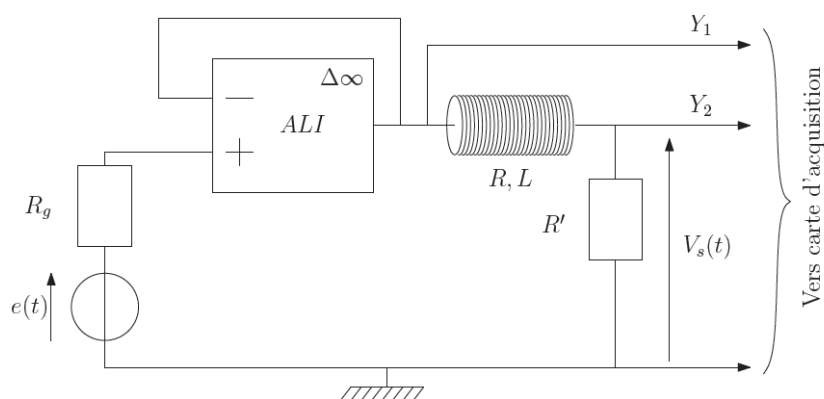
Un ALI idéal est un ALI vérifiant les conditions suivantes :

1. les courants d'entrée  $i_+(t)$  et  $i_-(t)$  sont nuls ;
2. lorsque l'ALI idéal fonctionne en régime linéaire, on a  $V_+(t) = V_-(t)$  et  $|V_s(t)| < V_{\text{sat}} \approx 12 \text{ V}$  ;
3. lorsque l'ALI idéal fonctionne en régime non linéaire, on a :  $V_s(t) = +V_{\text{sat}}$  si  $V_+(t) > V_-(t)$  et  $V_s(t) = -V_{\text{sat}}$  si  $V_+(t) < V_-(t)$ .

## Annexe 1 : Mesure de l'impédance de la bobine détectrice

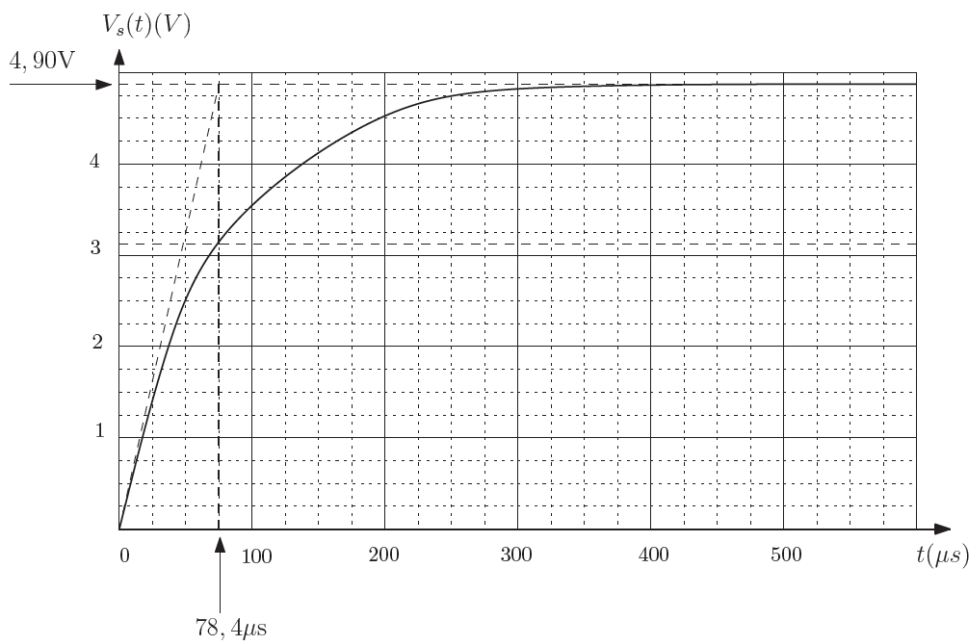
Pour mesurer l'impédance de la bobine, on réalise le montage donné [figure 22](#) où

- la résistance  $R'$  vaut  $500 \Omega$  ;
- l'amplificateur linéaire intégré fonctionne en régime linéaire ;
- le générateur basse fréquence est réglé en générateur de créneaux de fréquence  $f = 1/T = 1 \text{ kHz}$  : pour  $0 \leq t \leq T/2$ ,  $e(t) = E = 5,00 \text{ V}$  et pour  $T/2 \leq t \leq T$ ,  $e(t) = 0$  ;
- la tension  $Y_1(t)$  est utilisée pour déclencher la carte d'acquisition. La fréquence d'échantillonnage étant  $f_e = 50 \text{ kHz}$  et la durée d'acquisition est de  $20 \text{ ms}$ .



**Figure 22** Schéma du montage

Le chronogramme de  $Y_2(t)$  est donné [figure 23](#).



**Figure 23** Chronogramme de  $Y_2$