III.B.6) a) En incidence normale, les ondes incidente et réfléchie se propagent dans la même direction, dans deux sens opposés, dans le même milieu. Elle se propagent donc à la même vitesse de phase et seront identiquement atténuées. D'où l'expression du champ réfléchi.

b) $\underline{\vec{E}}_i = E_{0i} e^{i(\omega t - \underline{k}_A x)}\vec{e}_y$; $\underline{\vec{E}}_r = \underline{E}_{0r} e^{i(\omega t + \underline{k}_A x)}\vec{e}_y$; $\underline{\vec{E}}_t = \underline{E}_{0t} e^{i(\omega t - \underline{k}_B x)}\vec{e}_y$;

$$\underline{\vec{B}}_i = \frac{\underline{k}_A E_{0i}}{\omega} e^{i(\omega t - \underline{k}_A x)}\vec{e}_z \quad ; \quad \underline{\vec{B}}_r = -\frac{\underline{k}_A \underline{E}_{0r}}{\omega} e^{i(\omega t + \underline{k}_A x)}\vec{e}_z \quad ; \quad \underline{\vec{B}}_t = \frac{\underline{k}_B \underline{E}_{0t}}{\omega} e^{i(\omega t - \underline{k}_B x)}\vec{e}_z$$

Par continuité du champ électromagnétique en x=0 on obtient :

$$\left|\begin{array}{l} E_{0i} + \underline{E}_{0r} = \underline{E}_{0t} \\ \underline{k}_A \left(E_{0i} - \underline{E}_{0r}\right) = \underline{k}_B \underline{E}_{0t} \end{array}\right. \Rightarrow \underline{E}_{0t} = \frac{2\underline{k}_A}{\underline{k}_A + \underline{k}_B} E_{0i} = \underline{t} E_{0i} \text{ et } \underline{E}_{0r} = \frac{\underline{k}_A - \underline{k}_B}{\underline{k}_A + \underline{k}_B} E_{0i} = \underline{r} E_{0i}.$$

On pose : $\underline{r} = r_1 + i r_2$ et $\underline{t} = t_1 + i t_2$. En notation réelle : $\vec{E}_i(0,t) = E_{0i}\cos(\omega t)\vec{e}_y$;

$$\vec{B}_i = \frac{E_{0i}}{\omega}\left(k_{A1}\cos(\omega t) - k_{A2}\sin(\omega t)\right)\vec{e}_z \Rightarrow \left\langle \left\| \vec{\Pi}_i(0,t) \right\| \right\rangle = \frac{k_{A1} E_{0i}^2}{2\mu_0 \omega}$$

$$\vec{E}_r(0,t) = E_{0i}\left[r_1\cos(\omega t) - r_2\sin(\omega t)\right]\vec{e}_y \; ; \; \vec{B}_r(0,t) = -\frac{E_{0i}}{\omega}\left[\left(r_1 k_{A1} - r_2 k_{A2}\right)\cos(\omega t) - \left(r_2 k_{A1} + r_1 k_{A2}\right)\sin(\omega t)\right]\vec{e}_z$$

$$\left\langle \left\| \vec{\Pi}_r(0,t) \right\| \right\rangle = \frac{E_{0i}^2}{2\mu_0\omega}\left[r_1\left(r_1 k_{A1} - r_2 k_{A2}\right) + r_2\left(r_2 k_{A1} + r_1 k_{A2}\right)\right] = \frac{\left(r_1^2 + r_2^2\right)k_{A1}}{2\mu_0\omega}E_{0i}^2 = \frac{\left|\underline{r}\right|^2 k_{A1}}{2\mu_0\omega}E_{0i}^2$$

$$\vec{E}_t(0,t) = E_{0i}\left[t_1\cos(\omega t) - t_2\sin(\omega t)\right]\vec{e}_y \; ; \; \vec{B}_t(0,t) = \frac{E_{0i}}{\omega}\left[\left(t_1 k_{B1} - t_2 k_{B2}\right)\cos(\omega t) - \left(t_2 k_{B1} + t_1 k_{B2}\right)\sin(\omega t)\right]\vec{e}_z$$

De même $\left\langle \left\| \vec{\Pi}_t(0,t) \right\| \right\rangle = \dfrac{\left|\underline{t}\right|^2 k_{B1}}{2\mu_0\omega}E_{0i}^2$. D'où :

$$R = \left|\underline{r}\right|^2 = \frac{\left(k_{A1} - k_{B1}\right)^2 + \left(k_{A2} - k_{B2}\right)^2}{\left(k_{A1} + k_{B1}\right)^2 + \left(k_{A2} + k_{B2}\right)^2} \text{ et } T = \left|\underline{t}\right|^2 \frac{\mathrm{k_{B1}}}{\mathrm{k_{A1}}} = \frac{4\mathrm{k_{B1}}}{\mathrm{k_{A1}}} \frac{\left(k_{A1}^2 + k_{A2}^2\right)}{\left(k_{A1} + k_{B1}\right)^2 + \left(k_{A2} + k_{B2}\right)^2}$$