

II. – Traversée de l'interface atmosphérique - ionosphère.

On se propose d'étudier les phénomènes de réflexion et de transmission des ondes électromagnétiques (ondes radio) à travers l'interface atmosphère - ionosphère.

Cet interface supposé plan, sera représenté par le plan xOy du référentiel $Oxyz$ de la figure 2, l'ionosphère étant dans la région $z > 0$, et l'atmosphère dans la région $z < 0$.

On se place d'abord dans le cas d'une incidence normale.

Soient \vec{E}_i , \vec{E}_r et \vec{E}_t les champs électriques incident, réfléchi et transmis au niveau de cet interface, et soient \vec{B}_i , \vec{B}_r et \vec{B}_t les champs magnétiques correspondants (voir fig. 2).

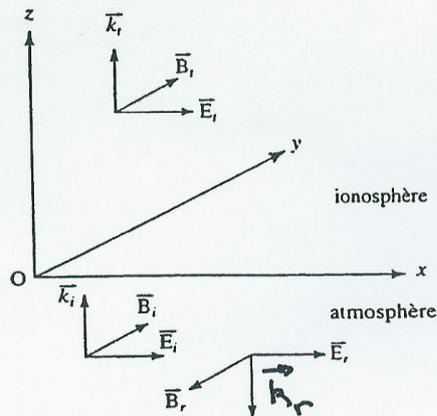


Fig. 2

- L'atmosphère au-dessous de l'ionosphère est supposée se comporter comme le vide.
- On utilisera l'indice du plasma tel qu'il a été défini dans le cours :

$$n = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$$

- Tous les champs seront supposés être ceux d'ondes PPM
- Les relations de passage des champs se trouvent dans le cours et sont supposées fournies...

8. — Quelles sont les relations entre \vec{B}_i et \vec{E}_i , \vec{B}_r et \vec{E}_r , \vec{B}_t et \vec{E}_t en fonction des seules grandeurs ϵ_r et n ?

En adoptant les orientations des champs indiquées sur la figure, exprimer les relations de passage de ces champs à travers l'interface $z = 0$ (il n'existe pas de densité surfacique de courant).

9. — En déduire l'expression du coefficient de réflexion en amplitude défini par

$$r = \frac{E_r(O, t)}{E_i(O, t)}$$

en fonction de n , ainsi que le facteur de réflexion en intensité R , défini par $R = |r|^2$, en fonction de ϵ_r .

10. — Rappeler l'expression de la permittivité relative ϵ_r de l'ionosphère en fonction de ω et ω_p (pulsation plasma).

Quelle est la valeur de R lorsque $\omega < \omega_p$?

Dans ce cas, à quoi peut-on assimiler l'interface atmosphère-ionosphère?

11. — Déterminer l'expression de R pour $\omega > \omega_p$.

En déduire la fréquence de coupure f_c , en-dessous de laquelle il n'existe pas d'onde transmise dans l'ionosphère.

12. — Application numérique :

On suppose que la densité électronique N dans la région de l'interface est :

$$N = 6.10^{11} \text{ électrons/m}^3$$

Calculer la fréquence de coupure f_c , puis les valeurs de R pour les fréquences de 7 et 8 Mhz.

En déduire l'allure du graphe de R en fonction de la fréquence.

Quelle est la relation entre le coefficient de réflexion en intensité R et le facteur de transmission en intensité T ?

Sur le même schéma, donner l'allure du graphe de T en fonction de la fréquence.

13. — On se place maintenant dans le cas d'une incidence oblique, et on désigne par i l'angle d'incidence (voir fig. 3).

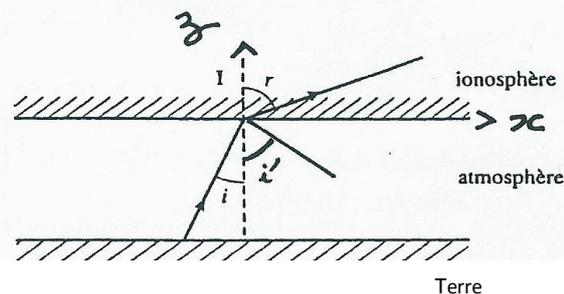


Fig. 3

- Retrouvez les lois de Descartes de la réflexion et de la réfraction en vous inspirant de la démonstration du TD 13.
- Pour quelles valeurs de l'angle d'incidence aura-t-on une réfraction limite ? Une réflexion totale.

● A quelle condition supplémentaire portant cette fois sur l'angle d'incidence, une onde de fréquence $f > f_c$ peut-elle être transmise dans l'interface ?

14. — Application numérique :

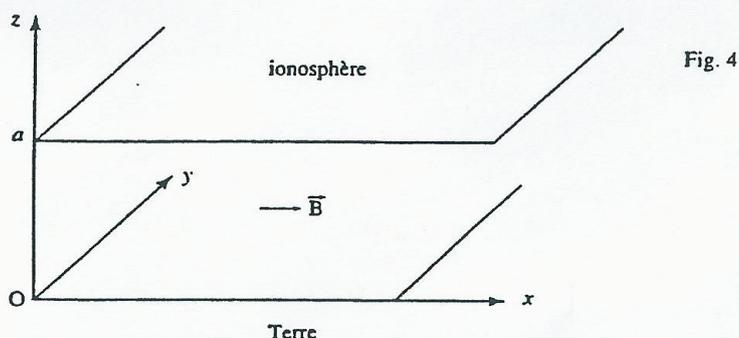
Un poste émetteur, au niveau de la mer, émet une onde radio de fréquence 12 Mhz vers l'ionosphère, dans une direction faisant l'angle i avec la normale à l'interface.

En supposant que l'onde arrive sur l'interface précédent sous forme d'onde plane, calculer l'angle i , à partir duquel l'onde incidente ne traversera plus l'interface.

III. — Propagation des ondes entre la Terre et l'ionosphère.

On s'intéresse maintenant à la propagation des ondes électromagnétiques dans la région comprise entre la surface de la Terre et l'ionosphère, dans une direction suivant la courbure de la Terre. Pour simplifier, on assimile les portions de sphères à des plans parallèles, on néglige les pertes, et on suppose que les deux plans limitant cette région se comportent comme des conducteurs parfaits.

Les deux plans, supposés infinis, parallèles au plan xOy , sont situés en $z = 0$ et $z = a$ (voir fig. 4). Entre les deux, il y a de l'air, de permittivité ϵ_0 et de perméabilité μ_0 . On supposera en outre, qu'il n'existe pas de densité surfacique de courant sur les plans conducteurs.



Entre les deux plans, on considère une onde électromagnétique se propageant dans la direction Oy , et dont le champ magnétique est de la forme :

$$\vec{B} = B_0 \cos(zk_z) \cdot \exp j(\omega t - yk_y) \cdot \vec{u}_x$$

où k_z et k_y sont les inconnues du problème.

15. — Rappeler les équations locales vérifiées par le champ \vec{B} , à l'intérieur de l'espace limité par les deux plans.

16. — A partir de l'une de ces équations, établir l'expression du champ électrique. Ce champ est-il transverse ?

17. — Quelles sont les conditions que doivent vérifier les composantes du champ électrique obtenu, sur les plans $z = 0$ et $z = a$?

En déduire que k_z ne peut prendre que des valeurs discrètes, dépendant de a .

Pour la suite du problème, on choisira la plus petite valeur positive de k_z .

18. — Rappeler l'équation différentielle de propagation de \vec{B} . A partir de cette équation, déterminer la relation de dispersion $k_y(\omega)$ en fonction de a et de c .

19. — Montrer que, seules des ondes ayant une fréquence supérieure à une fréquence critique f_c'' , peuvent se propager suivant la direction Oy . On donnera l'expression de f_c'' en fonction de a et c .

Que se passe-t-il pour $f > f_c''$?

20. – Application numérique :
 Quelle est la valeur de la fréquence critique pour $a = 80 \text{ km}$?
21. – Quelle est la vitesse de phase lorsque $f > f_c''$?
22. – A partir de la relation de dispersion, déterminer la vitesse de groupe v_g .
23. – On se propose de retrouver l'expression de la vitesse de groupe par des considérations d'énergie.
 Déterminer l'expression de la valeur moyenne dans le temps du vecteur de Poynting $\langle \vec{S} \rangle$.
24. – En déduire le flux moyen d'énergie $\langle \Phi \rangle$ qui traverse par seconde une surface $\Sigma = aL$ appartenant à un plan parallèle à xOz , dans le référentiel de la figure 4.
25. – En calculant l'énergie électromagnétique moyennée dans le temps, emmagasinée dans un volume $d\tau$ et retrouver l'expression de la vitesse de groupe v_g .