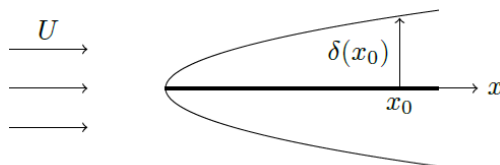


PSI - PSI* 2023 - 2024
DM N°3
Pour le 24 novembre 2023

Partie 1 : Couche limite (Centrale-Supélec extrait)

Questions préliminaires

On se propose d'évaluer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite (affectée par la viscosité) au voisinage d'une plaque plane sur laquelle arrive un écoulement laminaire uniforme de vitesse $\vec{U} = U\vec{x}$ parallèle à la plaque.



On notera μ et η la masse volumique et la viscosité du fluide étudié

Figure 1

Cette zone qui assure le raccordement entre la condition de vitesse nulle contre la plaque et l'écoulement uniforme, s'établit par diffusion perpendiculairement à la plaque à partir du moment où le fluide aborde l'extrémité de celle-ci.

Estimer l'ordre de grandeur $\delta(x_0)$ de l'épaisseur de la couche limite en tenant compte du fait que lorsque le fluide atteint l'abscisse x_0 , le phénomène diffusif, perpendiculairement à la plaque, s'est déjà produit pendant la durée x_0/U .

Rappeler l'expression du nombre de Reynolds si l'on prend x_0 comme dimension caractéristique d'écoulement : Re_{x_0} .

Exprimer $\delta(x_0)/x_0$ à l'aide de Re_{x_0} .

Proposer alors un critère de pertinence pour l'utilisation de la notion de couche limite.

III. Écoulement de Poiseuille plan

On considère maintenant l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plans horizontaux d'abscisses $y = -d/2$ et $y = +d/2$. L'axe horizontal Ox définit la direction et le sens de l'écoulement tandis que l'axe Oy est vertical ascendant : $\vec{g} = -g\vec{y}$.

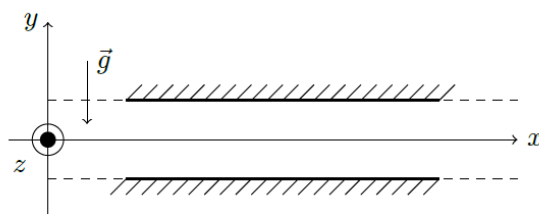


Figure 2

III.A – On considère une zone suffisamment éloignée de l'extrémité par laquelle le fluide aborde le dispositif pour ignorer tout phénomène d'entrée et faire comme si les parois étaient illimitées. On étudie alors un écoulement stationnaire caractérisé par le champ des vitesses $\vec{v} = v_x(y)\vec{u}_x$ et un champ de pression $p(x, y)$.

III.A.1)

- a) Écrire l'équation locale du mouvement de la particule de fluide et la projeter sur les deux axes.
- b) En déduire que $\partial p / \partial x = K$ (constante).
- c) Donner la loi $v_x(y)$ en fonction de K , η , y et d . Montrer que le profil des vitesses est parabolique.

III.A.2) On note $\Delta p = p(x, y) - p(x + L, y)$ la différence de pression qui doit exister entre deux points de même altitude et distants de L selon Ox pour maintenir cet écoulement.

Établir l'expression du débit volumique D_V à travers une section de largeur h selon Oz en fonction de Δp , L , h , d et η .

Avec quelle loi électrique la relation entre Δp et D_V suggère-t-elle une analogie? Introduire une résistance hydraulique.

III.A.3) Si, en maintenant Δp , on divise d par 2, que devient le débit ?

Quel débit total circule alors à travers deux dispositifs identiques d'épaisseur $d/2$, chacun étant soumis à la différence de pression Δp sur une longueur L ?

En déduire une différence importante avec la notion de résistance électrique.

III.B – On examine maintenant le phénomène d'entrée dans le dispositif précédent. Un fluide en écoulement laminaire uniforme de vitesse $\vec{U} = U\vec{u}_x$ pénètre dans l'intervalle situé entre deux plaques planes parallèles au plan xOz , distantes de d .

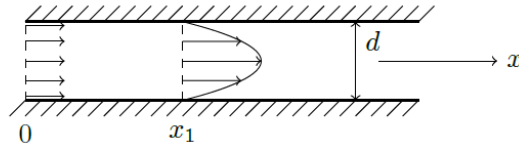


Figure 3

En exploitant le phénomène de croissance de couche limite à partir de l'arête de chaque plaque (cf. partie II), évaluer en fonction de U , d et ν , la distance x_1 parcourue par le fluide depuis son entrée dans le dispositif avant que s'établisse le profil parabolique de vitesse.

Montrer qu'on peut exprimer le rapport x_1/d à l'aide du nombre de Reynolds si l'on choisit judicieusement la dimension caractéristique de l'écoulement.

Partie 2 : Aérodynamique d'un Canadair (Mines-Ponts PSI – extrait)

Les données relatives aux caractéristiques aérodynamiques d'un profil d'aile d'avion sont mentionnées sur la figure 6. On suppose que ce profil est invariant dans la direction y sur toute la largeur de l'aile. Les points A et B sont les points d'arrêt, il s'agit du premier et du dernier point du profil en contact avec le fluide. La distance AB est appelée la corde de l'aile. Dans le plan de section orthogonale à la largeur de l'aile, la direction x est déterminée par la vitesse relative du fluide \vec{V}_∞ et la direction z par la normale à x orientée vers l'extrados. Sur la figure (6), la force \vec{F} est la résultante des forces appliquées à l'aile.

Le fluide est l'air supposé immobile et c'est l'avion qui se déplace dans une direction opposée à \vec{V}_∞ . L'angle i est appelé angle d'incidence de l'aile. On définit aussi la finesse d'une aile comme le rapport $f = C_z/C_x$.

1 – Quelle est l'origine de la force \vec{F} ?

Que représentent les composantes F_x et F_z de cette force ; On rappelle que les coefficients de traînée et de portance, C_x et C_z de l'aile sont définis par $F_x = \frac{1}{2} C_x \rho S_a V_\infty^2$ et $F_z = \frac{1}{2} C_z \rho S_a V_\infty^2$
Quelles sont les dimensions de ces coefficients ?

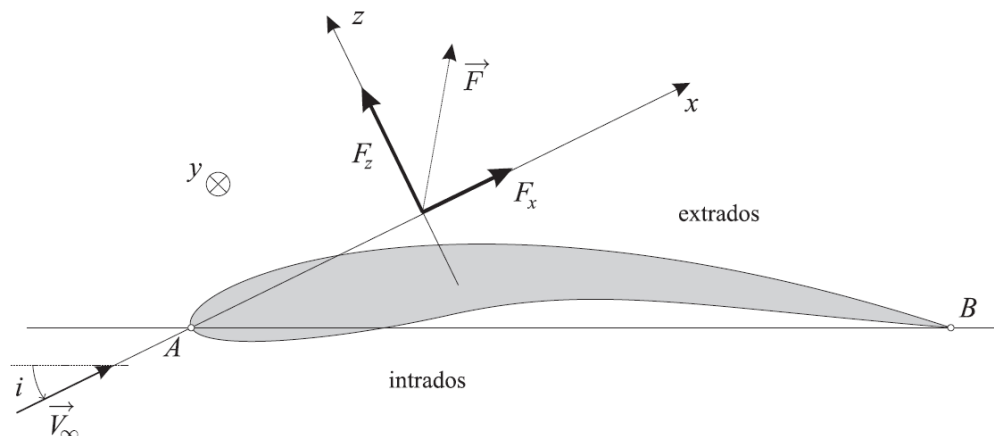


FIG. 6 – Profil d'une aile

2 — Exprimer la masse volumique ρ_0 de l'air en fonction de p_0 , T_0 de sa masse molaire M_a et de la constante des gaz parfaits R_{gp} . Calculer la valeur numérique de ρ_0

3 — Pour un vol horizontal du bombardier d'eau à vitesse constante égale à la vitesse de croisière maximum de l'avion en pleine charge, déterminer C_z et C_x . Que vaut la finesse dans cette configuration ?

On prendra $S_a = 100.5 \text{ m}^2$. et on se référera aux données numériques en fin de sujet.

Les caractéristiques du fluide dans lequel se déplace une aile peuvent être modélisées par le nombre de Reynolds N_R et le nombre de Mach N_M définis comme

$$N_R = \frac{VL}{\nu} \quad N_M = \frac{V}{V_s}$$

où V est le module de la vitesse relative de l'aile, L représente la taille caractéristique du phénomène considéré, ν est la viscosité cinématique du milieu (pour l'air à T_0 et P_0 , $\nu = 15,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) et V_s la vitesse du son dans le fluide considéré. Pour un type d'écoulement donné caractérisé par N_R et N_M , les coefficients C_z et C_x dépendent en fait de l'angle d'incidence i . Grâce à des essais en soufflerie, on peut tracer la polaire $C_z = f(C_x)$ d'une aile. Gustave Eiffel a ainsi nommé cette courbe car si l'on adopte la même échelle sur les deux axes, l'angle polaire d'un point M de la courbe est celui formé entre la résultante des forces et la vitesse de l'écoulement incident (angle de résultante).

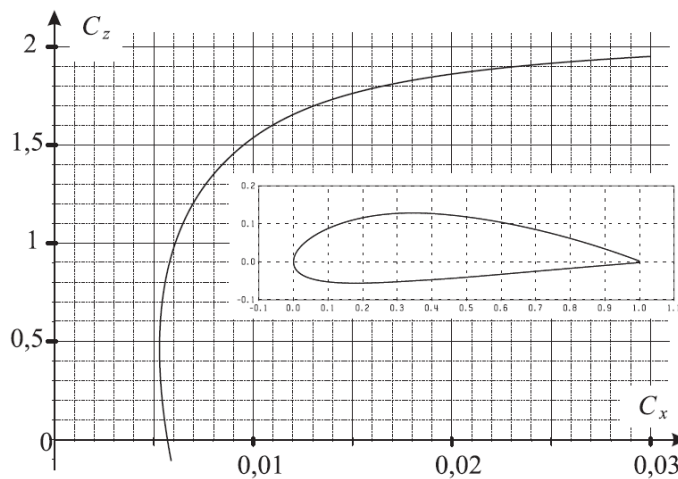


FIG. 7 – Profil et polaire de l'aile du Canadair

Le Canadair CL 415 a des ailes profilées selon le modèle NACA 4418 de corde 3 562 mm. La polaire pour $N_R = 1,5 \cdot 10^7$ et $N_M = 0,155$ ainsi que le profil de cette aile sont présentés sur la figure 7.

4 — La vitesse du son est une grandeur thermodynamique donnée par la relation $V_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$ à entropie constante, où p et ρ sont respectivement la pression et la masse volumique du milieu dans lequel se propage le son. Déterminer la vitesse du son dans l'air à la température T_0 en fonction de γ , p_0 et ρ_0 .

5 — Commenter les valeurs de N_R et N_M utilisées. Déterminer graphiquement la valeur de la finesse maximum de cette aile dans cette configuration d'écoulement. Que représente cette finesse ?

Données numériques et description de l'appareil.

Le bombardier d'eau CL 415, familièrement appelé Canadair, est l'élément principal de la lutte aérienne contre les incendies. Il s'agit d'un hydravion amphibie à coque, monoplan, à ailes hautes, bimoteur. Sa masse est $M_v = 12\,834 \text{ kg}$ à vide, et $M_c = 19\,848 \text{ kg}$ en charge. Son envergure est 28,63 m, sa longueur 19,82 m, sa hauteur 8,98 m et la surface totale de ses ailes ou surface alaire est $S_a = 100,5 \text{ m}^2$. Sa vitesse de croisière maximale est de $365 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ la distance maximale qu'il peut franchir est de 2 426 km. Il est propulsé par 2 moteurs Pratt & Whitney 123 AF de 1,78 MW chacun. Il est équipé d'un kit bombardier d'eau qui comprend 2 écopés, 2 soutes d'une capacité totale de 6 137 litres et une réserve de produit moussant d'une capacité de 320 litres.



FIG. 4 – Le bombardier d'eau CL 415 en phase d'écopage