

Mathématiques - Programme de colles 7

DU 14 AU 18 NOVEMBRE

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

a) Éléments de logique

Implication, contraposition, équivalence. Négation d'une proposition.

b) Ensembles

Ensemble, appartenance, inclusion. Sous-ensemble (ou partie). Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence symétrique, passage au complémentaire. Produit cartésien

Ensemble des parties d'un ensemble : notation $\mathcal{P}(E)$.

c) Applications et relations

Graphe de E vers F . Application d'un ensemble E dans (vers) un ensemble F . (Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application.)

Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble : notation $\mathbb{1}_A$.

Ensemble $\mathcal{F}(E, F)$ des applications de E dans F . Familles $(x_i)_{i \in I}$ d'éléments d'un ensemble E indexées par un ensemble I .

$\bigcup_{i \in I} A_i, \bigcap_{i \in I} A_i$. Partitions.

Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque : Notation $f^{-1} \langle B \rangle$.

Injection, surjection. Bijection, réciproque.

Quantificateurs.

Relations binaires

a) Relations binaires

Relations binaires. Relations d'équivalence, classes d'équivalence et partition. Relations d'ordre, ordre total, partiel, plus grand élément, élément maximal, majorant d'une partie.

b) Nombres entiers naturels

Propriétés fondamentales de l'ensemble \mathbb{N} des nombres entiers naturels. Toute partie non vide a un plus petit élément ; principe de récurrence. Toute partie majorée non vide a un plus grand élément.

Question de cours (énoncés et démonstrations) :

- Définitions de base sur les opérateurs logiques.
- Définitions de base sur les ensembles et les applications.
- Formulations diverses avec quantificateurs ($A \subset B$; $y \in f(A)$; $y \notin f(A)$; $x \in f^{-1} \langle B \rangle$; f est injective, f est surjective...)
- Définition d'une partition.
- La famille des classes d'équivalence constitue une partition.
- Toute partie non vide et majorée de \mathbb{N} admet un plus grand élément.
- Principe de récurrence.

Savoir-faire :

- Démonstrations de propriétés portant sur les ensembles et les applications.
- Savoir démontrer l'injectivité, la surjectivité, la bijectivité d'une application donnée.
- Savoir démontrer l'inclusion d'un ensemble dans une autre, l'égalité de deux ensembles.
- Exercices sur les relations d'équivalence.
- Exercices sur les entiers naturels, rédaction soignée de raisonnements par récurrence (éventuellement forte).