

## Mathématiques - Programme de colles 22

DU 3 AU 7 AVRIL

### Structure de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et de $\mathcal{L}_{\mathbb{K}}(E, F)$

*Programmes précédents et :*

e) Matrice de passage d'une base  $\mathcal{B}$  à une base  $\mathcal{B}'$  d'un espace vectoriel  $E$ ; effet d'un changement de bases sur les coordonnées d'un vecteur, sur la matrice d'une application linéaire, sur la matrice d'un endomorphisme.

Application trace. Propriétés.

Exemples de calcul des puissances d'une matrice : utilisation d'un polynôme annulateur, utilisation de matrices nilpotentes. Quelques calculs de valeurs et vecteurs propres.

f) Étude des endomorphismes vérifiant  $(f - a.Id_E) \circ (f - b.Id_E) = 0$ , ( $a \neq b$ ). Application aux projecteurs et aux symétries.

### Développements asymptotiques

Développement limité à l'ordre  $n$  d'une fonction au voisinage d'un point ; opérations algébriques sur les développements limités : somme, produit ; développement limité de  $u \mapsto 1/(1-u)$ , application au quotient. Développement limité des fonctions usuelles  $\exp, \ln, \sin, \cos, x \mapsto (1+x)^\alpha$ . Existence d'un développement limité à l'ordre  $n$  : formule de Taylor-Young. Développement limité d'une primitive.

### Question de cours (énoncés et démonstrations) :

- Matrices équivalentes, matrices semblables, changement de bases.
- Définitions du rang d'une matrice et du rang d'une application linéaire. Lien entre le rang d'une matrice et le rang d'une application linéaire
- Définition et propriétés de la trace.
- Étude des endomorphismes vérifiant  $(f - a.Id_E) \circ (f - b.Id_E) = 0$ , ( $a \neq b$ ).
- Définitions et propriétés : projections, projecteurs, symétries, involutions.

### Savoir-faire :

- changements de bases,
- calculs de puissances de matrices,
- tout exercice d'algèbre linéaire portant sur ce programme de colle et les précédents,
- calculs de développements limités.