

Colles de mathématique ψ^*

Programme de la quinzaine 7 : 9 au 20 janvier

Séries entières

- théorème d'existence et d'unicité du rayon de convergence ;
- méthodes de calcul du rayon ;
- rayon et somme d'une combinaison linéaire de séries entières, du produit de Cauchy de deux séries entières ;
- convergence uniforme sur toute boule fermée incluse dans le disque ouvert de convergence ;
- continuité de la fonction somme sur ce disque ;
- variable réelle : primitivation et dérivation terme à terme sur $] -R, R[$;
- formule de Maclaurin donnant l'expression des coefficients d'un DSE ;
- définition d'une fonction développable en série entière (*au voisinage de 0 uniquement*), unicité du DSE ;
- CN d'existence : f est C^∞ sur un voisinage de 0 ; CS d'existence : f est combinaison linéaire, produit ponctuel, primitive, dérivée de fonctions réputées DSE ;
- DSE classiques à savoir par coeur : \exp , \cos , \sin , \cosh , \sinh , $\frac{1}{1-x}$, $-\ln(1-x)$, $\ln(1+x)$, $\arctan x$, $(1+x)^\alpha$;
- recherche des solutions DSE d'une équation différentielle linéaire à coefficients polynomiaux.

Preuves exigibles :

- primitivation d'une fonction entière ;
- dérivation d'une fonction entière ;
- existence et calcul du DSE de $(1+x)^\alpha$.