

Colles de mathématique ψ^*

Programme de la quinzaine 2 : 3 au 14 octobre

Espaces vectoriels normés (suite)

Programme précédent plus :

- définition des parties convexes, convexité des boules ;
- définition des parties bornées, des fonctions bornées.

NB : la comparaison des normes n'est plus au programme, mais j'en ai parlé, et ceci peut faire l'objet d'un exercice.

Suites vectorielles en dimension finie

- définition de la convergence, unicité de la limite ;
- convergence et limite d'une combinaison linéaire de suites convergentes ;
- toute suite convergente est bornée ;
- suites extraites d'une suite convergente ;
- caractérisation de la convergence à l'aide des coordonnées.

Topologie en dimension finie

- définition des points intérieurs à une partie, des parties ouvertes ;
- définition des points adhérents à une partie, des parties fermées, caractérisation séquentielle ;
- toute union, toute intersection finie d'ouverts est ouverte ; analogue pour les fermés ;
- toute boule ouverte est ouverte, toute boule fermée est fermée ;
- définition de la frontière d'une partie.

NB : rien d'autre n'est au programme.

Limite et continuité en dimension finie

- définition ε -esque de l'existence d'une limite en a pour une fonction f , à condition que a soit adhérent au domaine de définition de f ;
- caractérisation séquentielle de l'existence d'une limite en a ;
- caractérisation à l'aide des fonctions coordonnées ;
- opérations sur les limites, composition ;
- définition de la continuité ;
- continuité des applications linéaires, multilinéaires (admis), lipschitziennes, polynômiales ;
- si f est une application continue à valeurs réelles, alors $A = \{ x \mid f(x) > 0 \}$ est ouvert, $B = \{ x \mid f(x) \geq 0 \}$ est fermé, etc.

Preuves exigibles :

- caractérisation de la convergence d'une suite à l'aide des coordonnées ;
- toute union, toute intersection finie d'ouverts est ouverte ;
- caractérisation séquentielle de l'existence de $\lim_a f$;
- continuité des applications linéaires.