PC RESUME: mécanique du point 1

CINEMATIQUE EN COORDONNEES CYLINDRIQUES (Savoir retrouver les expressions)

On retiendra : $(\vec{u}_r)^2 = 1 \Rightarrow \vec{u}_r.d\vec{u}_r = 0$ soit, avec $\vec{u}_\theta = \frac{d\vec{u}_r}{d\theta}$, $\boxed{\vec{u}_r.\vec{u}_\theta = 0}$

Vecteur position $\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$ **Vecteur vitesse** $\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{u}_r + r\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_\theta + \frac{dz}{dt}\vec{u}_z$

Vecteur accélération $\vec{a} = (\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2)\vec{u}_r + (2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2})\vec{u}_\theta + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{u}_z$

Cas particulier r =cste mouvement circulaire $\overrightarrow{OM} = R\vec{u}_r$ $\vec{v} = R\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_\theta$ **qui peut s'écrire :** $\boxed{\vec{v} = \overrightarrow{MO} \wedge \vec{\omega}}$

avec $\boxed{\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}\vec{u}_z}$ **et** $\vec{a} = -R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\vec{u}_r + R\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{u}_\theta$ **.**

PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE DU POINT (Deuxième loi de Newton)

Ce principe ne vaut que dans **des référentiels dits galiléens** et se formule par: $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{f}_{ext}}$ les actions **extérieures** sont décrites par les vecteurs forces $\vec{f}_i$, $\vec{p} = m\vec{v}$ est **la quantité de mouvement.**

Dans **les référentiels non galiléens** $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{f}_i + \vec{F}_e + \vec{F}_c}$

$\vec{F}c(M) = -m\vec{A}c(M)$ où $\vec{A}c(M) = 2\,\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_{(R')}(M)$ est l'**accélération de Coriolis.**

$\vec{F}e(M) = -m\vec{A}e(M)$ où $\vec{A}_e(M)$ est **l'accélération d'entraînement,** l'accélération du point coïncidant (**le point Mc fixe dans (R') qui coïncide avec M à l'instant instant t)**.

PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA REACTION (Troisième loi de Newton)

Si un système S_a agit sur un système S_b, les actions mécaniques de S_a sur S_b sont opposées à celles de S_b sur S_a.

THEOREME DU MOMENT CINETIQUE PAR RAPPORT A UN POINT FIXE (il se démontre, pour le point à partir du PFD)

Dans un référentiel galiléen, $\boxed{\frac{d\vec{\sigma}_A}{dt} = \sum_i \overrightarrow{AM} \wedge \vec{f}ext_i}$ le second terme est la somme des moments **des forces extérieures** sur M par rapport à **A point fixe**.

$\boxed{\vec{\sigma}_A = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{p} = \overrightarrow{AM} \wedge m\vec{v}}$ est le moment cinétique du point M par rapport au point A.

THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE POUR UN SYSTEME MECANIQUE

La variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées au système (extérieures, intérieures, inertie).

$\boxed{\Delta Ec_A^B = \sum_k W_{k\,A}^{\ B}}$ L'énergie cinétique est $Ec = \frac{1}{2}\sum_i m_i v_i^2$.

Travail élémentaire d'une force localisée en M : $\boxed{\delta W = \vec{F}.d\overrightarrow{OM}}$ entre A et B: $\boxed{W_A^B = \int_A^B \delta W}$

Le travail entre A et B quelconques d'une force constante est donné par: $W_A^B = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

THEOREME DE LA PUISSANCE CINETIQUE POUR UN SYSTEME MECANIQUE

Pendant dt, $dEc = \sum_k \delta W_k$. D'où $\boxed{\frac{dEc}{dt} = \sum_k P(\vec{F}_k)}$ somme des puissances de **toutes les actions**.

PC RESUME: mécanique du point 1

La puissance **d'une action localisée appliquée en M** est : $\boxed{P(\vec{F}) = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F}.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$

ENERGIE POTENTIELLE .

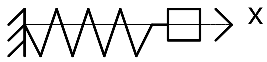
Une force est **conservative** si son travail ne dépend que de l'état initial et final. .On peut alors trouver une fonction Ep(M), appelée **énergie potentielle associée à la force vérifiant:**

$\boxed{W_A^B = Ep(A) - Ep(B) = -\Delta Ep}$ Elle est définie à une constante près.

Exemples de force conservative et d'énergie potentielle associée

Champ de pesanteur uniforme Si l'axe Oz est vers le haut, **Ep_g = mgz + constante**

Force de rappel d'un ressort



Si $\vec{x}$ oriente l'axe Ox, cette force s'exprime $\vec{F} = -k(l - l_o)\vec{x}$

$\boxed{Ep_R = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + \text{cons tan te}}$

Force due à un champ magnétique $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Elle est orthogonale à la vitesse. Sa puissance est nulle. Elle ne travaille pas.

Force due à un champ électrostatique

On rappelle que le travail d'une force $\vec{F} = q\vec{E}$ est $W_A^B = q(V_A - V_B)$ où V est le potentielle électrique associé au champ électrique.

Comme l'énergie potentielle est définie à une constante près, on fixe celle-ci en donnant une énergie potentielle nulle à un état de référence. Par exemple E_p de pesanteur nulle en z = 0. Ep nulle pour $l = l_o$ pour le ressort.

Relation entre la force et l'énergie potentielle

On peut écrire $dEp = -\vec{F}.d\overrightarrow{OM} = -(F_x dx + F_y dy + F_z dz)$ cela montre que $\boxed{\vec{F} = -\overrightarrow{grad}(Ep)}$

Rem: le gradient pointe les zones de fortes valeurs de E_p. Donc la force est dirigée vers les faibles valeurs de l'énergie potentielle. On comprend que, **soumis à une seule force conservative**, le point se dirige vers les zones où E_p est minimale.

ENERGIE MECANIQUE

On a vu que $\Delta Ec_A^B = \sum_k W_{k\,A}^{\;B}$ où on peut isoler le travail des forces conservatives vérifiant $-\Delta Ep = W_A^B$.

On obtient: $\Delta Ec_A^B + \sum_k \Delta Ep_{k\,A}^{\;B} = \sum_l W_{l\,A}^{\;B}$ où le second membre ne contient que les forces non conservatives. Le premier membre est appelé énergie mécanique du point.

L'énergie mécanique du point est la somme de son énergie cinétique et de ses énergies potentielles. $\boxed{E = Ec + \sum_k Ep_k}$ On peut alors écrire **une forme étendue du théorème de l'énergie cinétique**: $\boxed{\Delta Em_A^B = \sum W_{\text{non conservative}\,A}^{\;B}}$.

Cas important: si le point n'est soumis qu'à des forces conservatives, on a $\Delta E_m = 0$. **L'énergie mécanique du point soumis à des forces conservatives est conservée.**

CONDITIONS D'EQUILIBRE

Soit un point soumis à des seules forces conservatives. Il est en équilibre si la résultante des forces est nulle donc si $\boxed{\vec{F} = -\overrightarrow{grad}(Ep) = 0}$. **Equilibre si E_p est extrêmale. Stable si Ep minimale.**