

EXPRESSION DU CHAMP CREE PAR UNE DISTRIBUTION VOLUMIQUE

$$\vec{E}(M,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho_P \vec{u}_P}{(PM)^2} dV_P$$
 Rem: on peut obtenir une expression comparable avec une distribution linéique ou surfacique. On n'aborde jamais ce calcul sans examiner les symétries du problème qui permettent souvent de faire le calcul du champ par le théorème de Gauss. On notera que: $1/4\pi \epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ S.I et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I .

PROPRIETES DE SYMETRIE ELEMENTAIRES (voir doc correspondante)

On recherche les plans de symétrie positive Π^+ (charges de même signe) et les plans de symétrie négative Π^- (charges de signe contraire). Si M appartient à Π^+ , le champ en M est dans Π^+ . Si M appartient à Π^- , le champ en M est orthogonal à Π^- .

THEOREME DE GAUSS
$$\Phi = \oiint_{\Sigma} \vec{E}(M,t) \cdot \vec{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Rem: la surface fermée est orientée par sa **normale sortante**.

Rem: la surface Σ doit être choisie astucieusement pour que le calcul du flux soit simple et qu'il implique le champ que l'on veut déterminer. Par exemple Σ pourra contenir des équipotentiels (le champ est, sur l'équipotentielle, orthogonal à la normale).

POTENTIEL ELECTROSTATIQUE Définition $V(M,t)$ est un champ scalaire lié à \vec{E} par
$$\vec{E} = -\text{grad} V$$

Rem: le calcul de $\text{grad} V$ dépend des coordonnées choisies se fait grâce à:
$$dV = \text{grad} V \cdot d\vec{O}M$$

Calcul du potentiel
$$V(M,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho_P}{PM} dV_P$$
 où par convention on le choisit nul à l'infini (s'il n'y a pas de charges)

Rem: on peut obtenir une expression comparable avec une distribution linéique ou surfacique

Rem: les équipotentiels sont les lieux où V est constant.

Rem: les lignes de champ sont orthogonales aux équipotentiels.

Rem: les lignes de champ sont orientées dans le sens des potentiels décroissants.

DIPOLE ELECTRIQUE Moment dipolaire
$$\vec{p} = q\vec{AB}$$
 (orienté de (-) vers (+)) Debye (D) $1D = 1/3 \cdot 10^{-29} \text{C.m.}$

Action d'un champ **uniforme** sur un dipôle Pas de force résultante $\vec{F} = \vec{0}$ Couple de moment:
$$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Champ et potentiel créé par un dipôle électrostatique

Le potentiel est:
$$V(M) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$
 où $\vec{u} = \frac{\vec{OM}}{OM}$ et le champ par:
$$E_r = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$
 et
$$E_\theta = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

ENERGIE POTENTIELLE D'UNE CHARGE q DANS UN CHAMP EXTERIEUR

$$E_{pelec} = qV(M,t)$$
 si q est une charge placée dans une distribution qui crée le potentiel $V(M,t)$.

Le travail de $\vec{F} = q\vec{E}$ qui s'applique à q vaut:
$$\delta W = q\vec{E} \cdot d\vec{O}M = -q\text{grad} V \cdot d\vec{O}M = dqV = -dE_{pelec}$$

et pour un déplacement fini:
$$W = -\Delta E_{pelec} = -\Delta(qV(M,t))$$

RELATION LOCALE DE L'ELECTROSTATIQUE Elles constituent une version réduite des **équations de Maxwell**

$$\boxed{\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}} \quad (\text{Maxwell-Gauss}) \quad \boxed{\text{rot} \vec{E} = \vec{0}} \quad (\text{Maxwell-Faraday}) \quad \boxed{\vec{E} = -\text{grad} V} \quad \boxed{\Delta V = -\frac{\rho(M,t)}{\epsilon_0}} \quad (\text{Poisson})$$

CONTINUITE Le potentiel est continu sauf à la traversée d'une distribution linéique. Le champ \vec{E} est discontinu à

la traversée d'une surface chargée:
$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right) \vec{n}_{12}$$
 où le vecteur \vec{n}_{12} est orienté du milieu (1) vers (2).

Rem: sur un dioptre diélectrique **seule la composante tangentielle** du champ est continue.