TRANSPORT DE MATIERE: DIFFUSION DES PARTICULES

I) DESCRIPTION DU TRANSPORT DE PARTICULES

1°) Densité particulaire On la définit par: **n (M,t) = dN/dV** en m^{-3}

2°) Vecteur densité de flux de particules **le vecteur densité de flux de particules diffusées J_D** vérifie: $\boxed{dN = \vec{J}_D.\vec{n}dSdt}$

3°) Flux de particules diffusées Le flux à travers une surface dS sera: $\boxed{\delta\phi = \frac{dN}{dt} = \vec{J}_D.\vec{n}dS}$.

Rem : un flux est assimilable à un débit.

II) EQUATION DE CONSERVATION DU NOMBRE DE PARTICULES (unidimensionnelle)

Elle traduit localement la conservation des particules $\boxed{\frac{\partial J_D}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0}$ (1)

Rem : **en régime permanent, pour les valeurs demeurent inchangés dans une zone de l'espace, il faut que ce qui entre compense ce qui sort. Le flux est donc le même partout.**

III) MODELISATION DE LA DIFFUSION DE PARTICULES: LOI DE FICK (unidimensionnelle)

$\boxed{J_D = -D\frac{\partial n}{\partial x}}$ Elle traduit bien que la diffusion se fait vers les faibles valeurs de n.

D est le coefficient de diffusion (en $m^2.s^{-1}$).

IV) EQUATION DE LA DIFFUSION (unidimensionnelle)

Si D est indépendant de x, $\boxed{D\frac{\partial^2 n}{\partial^2 x} = \frac{\partial n}{\partial t}}$

V) PRESENTATION DU PROBLEME GENERAL TRIDIMENSIONNEL

Flux sortant de particules $\frac{\delta N_s}{dt} = \oiint_S \vec{j}_D.\vec{n}dS$.

Conservation des particules

Bilan global sur un volume V : $-\frac{dN}{dt} = \frac{\delta N_s}{dt} = \oiint_S \vec{j}_D.\vec{n}dS$ avec $N = \iiint_V n(M,t)dV$

Relation locale en un point M : $-\frac{\partial n(M,t)}{\partial t} = \mathrm{div}(\vec{j}_D(M,t))$

Loi de Fick $\boxed{\vec{j}_D = -D\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,n(M,t)}$

Equation de diffusion $\frac{\partial n(M,t)}{\partial t} = D\Delta n(M,t)$

TRANSPORT D'ENERGIE CALORIFIQUE: DIFFUSION THERMIQUE

I) DESCRIPTION DU TRANSFERT THERMIQUE

1°) Vecteur densité de flux thermique

Le transport d'énergie calorifique s'exprime avec **le vecteur densité de flux thermique J_Q** ($W.m^{-2}$) défini par : $\boxed{\delta Q = \vec{J}_Q.\vec{n}dSdt}$

2°) Flux thermique Le flux thermique est le débit d'énergie : $\delta\phi = \dfrac{\delta Q}{dt} = \vec{J}_Q.\vec{n}dS$.

Rem: Le flux thermique à travers une paroi adiabatique est nul car le vecteur $\vec{J}_Q$ est nul en tout point de la paroi.

II) EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE (unidimensionnelle)

Elle traduit localement la conservation de l'énergie est : $\boxed{\dfrac{\partial J_Q}{\partial x} + \dfrac{\partial \mu c T}{\partial t} = 0}$ **(1)**

III) LOI DE FOURIER (unidimensionnelle)

K est la conductibilité thermique (en $W.K^{-1}.m^{-1}$)

$\boxed{J_Q = -K\dfrac{\partial T}{\partial x}}$ **(2)** Elle décrit le transport par diffusion (conduction).

IV) EQUATION DE LA CONDUCTION (unidimensionnelle)

Si K est indépendant de x, si μ et c sont des constantes il suffit de combiner (1) et (2) pour obtenir **l'équation de la conduction thermique**: $\boxed{\dfrac{K}{c\mu}\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \dfrac{\partial T}{\partial t}}$ **(3)**

Conductance thermique

Soit un milieu limité par des frontières aux températures T_1 et T_2 et traversé en régime permanent par un flux thermique Φ. On définit **sa résistance thermique R_{Th}** par:
$(T_2 - T_1) = R_{Th}\,\Phi$ et **sa conductance thermique G_{Th}** par: **$G_{Th} = 1/R_{Th}$**

V) PRESENTATION DU PROBLEME GENERAL TRIDIMENSIONNEL

Flux sortant d'énergie calorifique $\dfrac{\delta Q}{dt} = \oiint_S \vec{j}_Q.\vec{n}dS$.

Conservation de l'énergie

Bilan global sur un volume (V) : $-\dfrac{dU}{dt} = \dfrac{\delta Q}{dt} = \oiint_S \vec{j}_Q.\vec{n}dS$ avec $U = \iiint_V u(M,t)dV$ où u est l'énergie interne volumique.

Loi locale de conservation $-\dfrac{\partial u(M,t)}{\partial t} = \mathrm{div}(\vec{j}_Q(M,t))$

Loi de Fourrier $\boxed{\vec{j}_Q = -K\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,T(M,t)}$

Equation de la chaleur (de la diffusion thermique) $\mu c\dfrac{\partial T(M,t)}{\partial t} = K\Delta T(M,t)$