PC RESUME 1: mécanique du solide et des systèmes de solides

CHAMP DE VITESSE D'UN SOLIDE

Soient M et N deux points quelconques d'un même solide, on a: $\boxed{\vec{V}(M) = \vec{V}(N) + \overrightarrow{MN} \wedge \vec{\Omega}}$

CENTRE DE MASSE G D'UN SYSTEME

$\boxed{\sum_i m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}}$ ou $\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m} \sum_i m_i \overrightarrow{OM_i}}$

REFERENTIEL BARYCENTRIQUE (B)

Soit un référentiel (R) quelconque, et un système matériel solide ou non, **le référentiel barycentrique(ou du centre de masse) (B)** est le référentiel: **- en translation par rapport à (R), dans lequel le centre de masse (ou d'inertie) G est immobile. (B) n'est pas en général galiléen.**

QUANTITE DE MOUVEMENT(ou RESULTANTE CINETIQUE)

$\boxed{\vec{p} = \sum_i m_i \vec{V}_i}$ soit $\boxed{\vec{p} = M\vec{V}_G}$

ENERGIE CINETIQUE

$\boxed{E_c = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2}$

THEOREMES DE KOENIG

Pour le moment cinétique : $\vec{\sigma}_D = \vec{\sigma}_{D'} + \overrightarrow{DG} \wedge \vec{P}$

Le plus utilisé, dans notre cas, porte sur l'énergie cinétique : $\boxed{E_c = E_c{}^* + \frac{1}{2} m\, v_G^2}$

Ils permettent de faire un calcul **en deux étapes**: dans (B) puis on ajoute le terme qui concerne le terme complémentaire.

CINETIQUE DU SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE Δ

- $\sigma_\Delta = I\Omega$ **donne la composante sur l'axe Δ de** $\vec{\sigma}_O$. **I est le moment d'inertie par rapport à Δ.**

Rem : ce résultat est intéressant dans (B) si le solide est en rotation autour d'un axe fixe (passant par G fixe). On écrira $\sigma^*_\Delta = I\Omega$ **avec le même** $\vec{\Omega}$ dans les deux référentiels **(R) et (B) qui sont** en **translation** l'un par rapport à l'autre.

DYNAMIQUE DU SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE Δ

a - Théorème de la résultante dynamique (ou PFD) Il donne la variation de la quantité de mouvement de tout le solide donc le mouvement de G.

$$\boxed{m\frac{d\vec{V}_G}{dt} = \sum \vec{F}\text{orces extérieures et inertie}}$$

b - théorème du moment cinétique scalaire (ou TMC)

$$\boxed{\frac{d\sigma_\Delta}{dt} = I_\Delta \frac{d\Omega}{dt} = \sum \text{Moment par rapport à } \Delta \text{ actions extérieures et inertie}}$$

IMPORTANT : Pour appliquer le TMC, on cherchera l'axe fixe.

- **S'il en existe un simple dans (R), on l'utilisera.**
- **Sinon, on se placera dans (B) par rapport à un axe passant par G car :**

- (B) est en translation (Ω=0) pas de forces de Coriolis.
- le moment des forces d'entraînement (qui existent, elles !) est nul.
N.B : (B) n'est pas galiléen en général.