DYNAMIQUE DU FLUIDE PARFAIT

Un écoulement est parfait si tous les phénomènes diffusifs sont négligeables. Les particules de fluide évoluent de manière adiabatique et réversible.

PFD à une particule de fluide

$$\boxed{\frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{f}_m - \frac{\vec{grad}\,p}{\rho}}$$

$\vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{m}}$ forces massiques (viscosité, inertie, pesanteur). Les forces volumiques sont: $\rho\,\vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{m}} = \vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{v}}$. **Rem**: pour un fluide en équilibre ($\vec{\mathbf{v}} = \vec{0}$): $\vec{\mathbf{grad}}\,\mathbf{p} = \rho\vec{\mathbf{f}}_{\mathbf{m}}$. On retrouve la relation de l'équilibre mécanique.

Equation d'Euler

Pour un écoulement **sans viscosité, dit parfait** avec en plus les conditions suivantes:
- référentiel galiléen (pas de forces d'inertie)
- la seule action extérieure est la pesanteur

$$\boxed{\frac{\partial\vec{\mathbf{v}}}{\partial\mathbf{t}} + (\vec{\mathbf{v}}.\vec{\mathbf{grad}})\vec{\mathbf{v}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{v}}}{\partial\mathbf{t}} + \frac{1}{2}\vec{\mathbf{grad}}\mathbf{v}^2 + 2\vec{\Omega}\wedge\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{g}} - \frac{\vec{\mathbf{grad}}\mathbf{p}}{\rho}}$$

Rem: le terme de pesanteur dérive d'un potentiel: $\vec{\mathbf{g}} = -\vec{\mathbf{grad}}\,\mathbf{gz}$ (si Oz est vers le haut).

Théorème de Bernoulli (3 formes)

1. **<u>Sur une ligne de courant</u> d'un écoulement permanent parfait soumis à la seule pesanteur dans (R) galiléen :**

$$\boxed{\frac{1}{2}\mathbf{v}_2{}^2 - \frac{1}{2}\mathbf{v}_1{}^2 + +\mathbf{gz}_2 - \mathbf{gz}_1 + \int_{\mathbf{M}1}^{\mathbf{M}2}\frac{\mathbf{dp}}{\rho} = 0}$$

2. **Sur une ligne de courant, d'un écoulement permanent parfait soumis à la seule force de pesanteur, <u>ρ étant uniforme</u> (fluide incompressible).**

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\mathbf{v}_2{}^2 + \rho\mathbf{gz}_2 + \mathbf{p}_2 = \frac{1}{2}\rho\mathbf{v}_1{}^2 + \rho\mathbf{gz}_1 + \mathbf{p}_1}$$

Rem: cette relation n'est applicable que si l'on connait les lignes de courant.

3. **En tout point d'un écoulement permanent parfait irrotationnel soumis à la seule force de la pesanteur.**

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\mathbf{v}^2 + \rho\mathbf{gz} + \mathbf{p} = \mathbf{cste}}$$

FLUIDES VISQUEUX

Force volumique de viscosité

- Les actions suivant la normale à la frontière qui limite la particule de fluide sont décrites par la force volumique: $\boxed{\vec{f}_v(p) = \frac{d\vec{F}(M)}{dV} = -\overrightarrow{grad}\ p(M)}$
- Une action de **cisaillement tangentielle** s'exerce également sur la particule de fluide : elle est due à la viscosité. Elle correspond à une densité volumique de forces de viscosité $\boxed{\eta \Delta \vec{v}}$ soit $\boxed{\vec{f}_v = \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \vec{x}}$ dans un cas unidemensionnel. η est **la viscosité dynamique** en Poiseuille Pl. (1Pl=1 kg.m^{-1}. s^{-1}= 1Pa.s)

Forces de viscosité sur une surface

La force $d\vec{F}$ sur une surface plane élémentaire dS horizontale à l'intérieur de l'écoulement où le champ de vitesse est $\vec{v} = v(y)\vec{x}$ est $\boxed{d\vec{F} = \eta(\frac{dv_x}{dy})dS\,\vec{x}}$ (formule de Newton)

Cette action freine la couche la plus rapide.

Transport diffusif de quantité de mouvement par la viscosité

Quand des particules de fluide interagissent, de la quantité de mouvement est échangée, par **diffusion,** du fait de la viscosité. L**a viscosité est associé à un phénomène irréversible.**

Nombre de Reynolds $\boxed{R_e = \frac{VL}{\nu}}$ appelé nombre de Reynolds. ν = η/ρ est appelée **viscosité cinématique.** Quand il est grand (Re >>1), les forces de viscosité jouent un rôle secondaire. S'il est supérieur à 2000, la turbulence apparaît.

Dans un écoulement, au contact des parois (sur lesquelles la vitesse est nulle), on isole une région **appelée couche limite,** où les forces de viscosité ne peuvent être négligées. Le reste de l'écoulement peut souvent être considéré comme un **écoulement, dit parfait, c'est à dire de viscosité négligeable.**

Equation de Navier Stokes

Le PFD appliqué à une particule de fluide **conduit à l'équation de Navier Stokes :**

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\overrightarrow{grad}v^2 + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v} = \vec{g} - \frac{\overrightarrow{grad}p}{\rho} + \frac{\eta \Delta \vec{v}}{\rho}}$$

$\vec{f}_m$ représente l'ensemble des forces massiques autres que la viscosité, la pesanteur et la pression.