DISTRIBUTION DE CHARGES ET DE COURANTS

La densité volumique de charges ρ est définie par : **dQ = ρ(M,t) dV** d'où $\mathbf{Q} = \iiint \rho(\mathbf{M},\mathbf{t})\mathbf{dV}$

Rem: un système peut être globalement neutre (Q=0) mais présenter une densité ρ(M,t) non nulle.

Le vecteur densité volumique de courant est $\boxed{\vec{j}(M,t) = \sum_i \rho_i(M,t)\,\vec{v}_i(M,t)}$

Rem: s'il n' y a qu'un type de porteurs mobiles $\vec{j}(M,t) = \rho\,\vec{v}(M,t)$

Le vecteur densité volumique permet d'écrire l'intensité **I = dQ/dt** car $\mathbf{dQ} = \vec{\mathbf{j}}(\mathbf{M},\mathbf{t}).\vec{\mathbf{n}}\,\mathbf{dSdt}$.

D'où $I = \iint \vec{j}(M,t).\vec{n}\,dS$ I apparaît comme le flux du vecteur $\vec{\mathbf{j}}$.

LES EQUATIONS DE MAXWELL

1°) Groupe 1: équations associant les champs entre eux

$\boxed{\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}}$ (M1) Equation de Maxwell-Faraday. Elle donne **la loi de Faraday** $\mathbf{e} = -\frac{\mathbf{d\Phi}}{\mathbf{dt}}$

$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$ (M2) **B est à flux conservatif. Son flux est nul à travers toute surface fermée.**

2°) Groupe 2: équations associant les champs à leur s sources

$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}}$ (M3)Equation de Maxwell-Gauss. Elle donne le **théorème de Gauss.**

$\boxed{\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_o\left[\vec{j} + \varepsilon_o\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}\right]}$ (M4) Equation de Maxwell-Ampère. Elle contient **le théorème d'Ampère**

LES POTENTIELS

Le champ électromagnétique $(\vec{\mathbf{E}};\vec{\mathbf{B}})$ dérive d'un couple de potentiels $(\vec{\mathbf{A}};\mathbf{V})$ par:

$\boxed{\vec{E} = -\,\vec{grad}\,V - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}}$ (M5) et $\boxed{\vec{B} = \vec{rot}\,\vec{A}}$ (M6)

On impose aux potentiels **la jauge de Lorentz** $\mathbf{div}\,\vec{\mathbf{A}} + \varepsilon_o\mu_o\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{t}} = 0$ (M7)

Les potentiels vérifient les équations : $\Delta\mathbf{V} - \varepsilon_o\mu_o\frac{\partial^2\mathbf{V}}{\partial \mathbf{t}^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_o}$ (M8) $\Delta\vec{\mathbf{A}} - \varepsilon_o\mu_o\frac{\partial^2\vec{\mathbf{A}}}{\partial \mathbf{t}^2} = -\mu_o\,\vec{\mathbf{j}}$

(M9)dont les solutions appelés potentiels retardés sont:

$\mathbf{V}(\mathbf{M},\mathbf{t}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_V \frac{\rho(\mathbf{P},\mathbf{t}-\mathbf{PM}/\mathbf{c})}{\mathbf{PM}}\mathbf{dV}$ (M10) $\vec{\mathbf{A}}(\mathbf{M},\mathbf{t}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{\mathbf{j}}(\mathbf{P},\mathbf{t}-\mathbf{PM}/\mathbf{c})}{\mathbf{PM}}\mathbf{dV}$ (M11)

PC **RESUME 1: équations de Maxwell**

M est le point où les champs sont créés par les sources situées aux points P du volume V.

$\boxed{\mathbf{c} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}}}$ est la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.

On notera que: $1/4\pi\,\varepsilon_o = 9\ 10^9$ S.I et $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I .

INTERACTION AVEC LA MATIERE

Force de Lorentz complète $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ action sur une particule chargée

Densité volumique de forces $\frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}$ action sur des distributions de charge et de courants.

CAS DES REGIMES PERMANENTS Les champs sont indépendants du temps

$\vec{\mathbf{rot}}\,\vec{\mathbf{E}} = \vec{0}$ $\quad \mathbf{div}\,\vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$ $\quad \vec{\mathbf{E}} = -\,\vec{\mathbf{grad}}\,\mathbf{V}$ $\quad \Delta\mathbf{V} = -\frac{\rho}{\varepsilon_o}$ **Equations de l'électrostatique**

$\vec{\mathbf{rot}}\,\vec{\mathbf{B}} = \mu_o\,\vec{\mathbf{j}}$ $\quad \mathbf{div}\,\vec{\mathbf{B}} = 0$ $\quad \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{rot}}\,\vec{\mathbf{A}}$ $\quad \Delta\vec{\mathbf{A}} = -\mu_o\,\vec{\mathbf{j}}$ **Equations de la magnétostatique**

avec la condition de Jauge $\quad \mathbf{div}\,\vec{\mathbf{A}} = 0$

Solutions des problèmes d'électrostatique

$\mathrm{V(M)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_V \frac{\rho}{\mathrm{PM}}\mathrm{dV}$ qui par $\vec{\mathbf{E}} = -\,\vec{\mathbf{grad}}\,\mathbf{V}$ donne $\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{M}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_V \frac{\rho\vec{u}}{(\mathrm{PM})^2}\mathrm{dV}$

Solutions des problèmes de magnétostatique

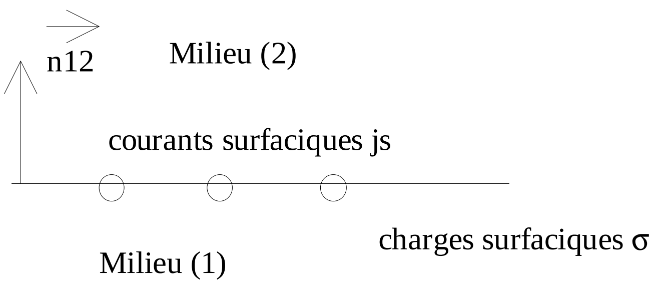
De la même manière, on obtient les lois de la magnétostatique

$\vec{\mathrm{A}}(\mathrm{M}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{j}}{\mathrm{PM}}\mathrm{dV}$ qui par $\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{rot}}\,\vec{\mathbf{A}}$ donne $\vec{\mathrm{B}}(\mathrm{M}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{j} \wedge \vec{u}}{(\mathrm{PM})^2}\mathrm{dV}$

Elle devient **la formule de Biot et Savart**, $\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_o}{4\pi} I \oint_{(C)} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{(PM)^2}}$ pour un circuit filiforme.

Théorème d'ampère $\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I_{enlacées}}$

Théorème de Gauss $\boxed{\iint_\Sigma \vec{E}.\vec{n}dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon}}$



RELATIONS DE PASSAGE (OU CONDITIONS AUX LIMITES)

$\boxed{\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = (\frac{\sigma}{\varepsilon_o})\vec{n}_{12}}$ et

$\boxed{\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_o\,\vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}}$ où le vecteur $\vec{n}_{12}$ est orienté du milieu (1) vers le milieu (2).